



Pós-Graduação em **Astronomia**  
MESTRADO PROFISSIONAL  
UEFS



**ERALDO MIRANDA JUNIOR**

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA  
INTERDISCIPLINAR COM A ASTRONOMIA**

**FEIRA DE SANTANA (BA)**

**2018**

**ERALDO MIRANDA JUNIOR**

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA  
INTERDISCIPLINAR COM A ASTRONOMIA**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Astronomia, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Astronomia

**Orientadora: Prof. Dra. Vera Aparecida Fernandes  
Martin**

**Coorientador: Prof. Dr. Paulo César da Rocha Poppe**

**FEIRA DE SANTANA (BA)**

**2018**



## ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**CANDIDATO (A):** ERALDO MIRANDA JUNIOR

**DATA DA DEFESA:** 31 de agosto de 2018    **LOCAL:** Sala 03 do LABOFIS - UEFS

**HORÁRIO DE INÍCIO:** 8:02h

MEMBROS DA BANCA		FUNÇÃO	TÍTULO	INSTITUIÇÃO DE ORIGEM
NOME COMPLETO	CPF			
VERA APARECIDA FERNANDES MARTIN	104.421.058-35	Presidente	DR	DFIS - UEFS
IRANDERLY FERNANDES DE FERNANDES	528.475.860-91	Membro Interno	DR	DFIS - UEFS
LILIANE PIRES VALVERDE DO AMARAL	962.955.545-04	Membro Externo	ME	DEDU - UEFS

### TÍTULO DEFINITIVO DA DISSERTAÇÃO\*:

SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR COM A ASTRONOMIA.

\*Anexo: produto(s) educacional(is) gerado(s) neste trabalho.

Em sessão pública, após exposição de 41 min, o(a) candidato(a) foi argüido(a) oralmente pelos membros da banca, durante o período de 30 min. A banca chegou ao seguinte resultado\*\*:

- APROVADO(A)  
 INSUFICIENTE  
 REPROVADO(A)

\*\* Recomendações<sup>1</sup>: Seguir as orientações da banca.

Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata, que é abaixo assinada pelos membros da banca, na ordem acima relacionada, pelo candidato e pelo coordenador do Programa de Pós-Graduação em Astronomia da Universidade Estadual de Feira de Santana.

Feira de Santana, 31 de Agosto de 2018

Presidente: [Assinatura]

Membro 1: [Assinatura]

Membro 2: Liliane Pires Valverde

Membro 3: \_\_\_\_\_

Candidato (a): Eraldo Miranda Junior

Coordenador do PGAstro: [Assinatura]

<sup>1</sup> O aluno deverá encaminhar à Coordenação do PGAstro, no prazo máximo de 60 dias a contar da data da defesa, os exemplares definitivos da Dissertação, após realizadas as correções sugeridas pela banca.



**ANEXO DA ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO:  
PRODUTO(S) EDUCACIONAL(IS) GERADO(S) NO TRABALHO FINAL DE CURSO**

CANDIDATO (A): ERALDO MIRANDA JUNIOR

DATA DA DEFESA: 31 de agosto de 2018 LOCAL: Sala 03 do LABOFIS - UEFS

HORÁRIO DE INÍCIO: 8:02h

Sequência Didática: uma proposta interdisciplinar com a Astronomia (para a compreensão de um determinado artigo científico voltado à conceitos Matemáticos ligados à Astronomia).

Feira de Santana, 31 de Agosto de 2018.

Presidente:

Membro 1:

Membro 2:

Membro 3:

Candidato (a):

Coordenador do PGAstro:

*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*

**Ficha Catalográfica - Biblioteca Central Julieta Carteado - UEFS**

M643s Miranda Junior, Eraldo

Sequência Didática no Ensino da Matemática : uma proposta  
interdisciplinar com a Astronomia / Eraldo Miranda Junior. - 2018.  
126f.: il.

Orientadora: Vera Aparecida Fernandes Martin.

Coorientador: Paulo César da Rocha Poppe.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Feira de Santana,  
Programa de Pós-Graduação em Astronomia, 2018.

1. Matemática – Ensino e aprendizagem. 2. Astronomia – Estudo e  
ensino. 3. Astronomia – Prática pedagógica. I. Martin, Vera Aparecida  
Fernandes, orient. II. Poppe, Paulo César da Rocha, coorient. III.  
Universidade Estadual de Feira de Santana. IV. Título.

CDU: 52:51(07)

À minha avó, aos meus sobrinhos Rebeca, Dhully, Antonela e Levy, pelo tempo que  
deixamos de estar juntos brincando.

Aos meus pais, Eraldo e Antonia, amo vocês, a eles todos os créditos.

Dedico

## AGRADECIMENTOS

À Profa. Dra. Vera Aparecida Fernandes Martin, pela dedicação nas correções e orientações neste período de aprendizado, suas palavras de incentivo foram fundamentais durante todo trabalho.

Ao Prof. Dr. Paulo César da Rocha Poppe, pelo carinho e disponibilidade nos momentos em que mais precisei, seu jeito calmo e suas estratégias foram decisivos para aproveitar tempo de forma adequada.

À amiga Joalice Magalhães, que mudou minha visão sobre como agir diante às dificuldades, seu jeito brincalhão e responsável dosaram minha postura de confiança. Sem você não conseguiria completar essa jornada.

Ao querido Helio Carneiro Filho, pelo companheirismo e amizade neste momento de superação e muita produção, suas ideias foram inspiradoras durante todo o processo de aprendizagem.

Ao amigo Henrique Magalhães, pelas palavras de incentivo que me fizeram avançar com mais coerência, suas palavras despertaram-me o senso de responsabilidade no momento em mais precisava.

Aos meus colegas de pós-graduação que tornaram um período de longa dedicação algo divertido.

“Diante da vastidão do tempo e da imensidão do Universo, é um imenso prazer para mim dividir um planeta e uma época com você”

Carl Sagan.



## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	x
<b>LISTA DE QUADROS</b> .....	xii
<b>RESUMO</b> .....	xiii
<b>ABSTRACT</b> .....	xiv
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	5
2.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA .....	5
2.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA .....	12
2.3 DO CONTRATO DIDÁTICO AO PLANEJAMENTO .....	16
<b>3 MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	24
3.1 ÁREA DE ESTUDO .....	27
3.2 NATUREZA DA PESQUISA .....	27
<b>4 RESULTADOS</b> .....	29
4.1 ASSINATURA DO CONTRATO DIDÁTICO .....	29
4.2 AVALIAÇÃO PRÉVIA .....	32
4.3 AULAS SOBRE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS .....	45
4.4 AULA SOBRE SEMELHANÇA X CONGRUÊNCIA .....	47
4.5 MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS E DE OBJETOS INACESSÍVEIS .....	51
4.6 LEITURAS X MAPAS CONCEITUAIS .....	55
4.7 OS SEMINÁRIOS .....	57
<b>5 DISCUSSÃO</b> .....	69
<b>6 CONCLUSÕES</b> .....	75
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	79
<b>APÊNDICES</b> .....	83
<b>ANEXOS</b> .....	97

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Matriz de Referência utilizada no experimento .....	36
<b>Figura 2</b> – Primeiro exemplo em relação às Imagens 1 e 2 utilizadas em nosso experimento .....	37
<b>Figura 3</b> – Segundo exemplo em relação às Imagens 1 e 2 utilizadas em nosso experimento .....	38
<b>Figura 4</b> – Exemplo em relação à Imagem 3 utilizada em nosso experimento .....	39
<b>Figura 5</b> – Exemplo em relação à imagem 4 utilizada em nosso experimento .....	40
<b>Figura 6</b> – Exemplos em relação à imagem 5 utilizada em nosso experimento .....	41
<b>Figura 7</b> – Exemplos em relação à imagem 6 utilizada em nosso experimento .....	43
<b>Figura 8</b> – Caixa d’água localizada no bairro Tomba, Feira de Santana (BA) .....	48
<b>Figura 9</b> – Exercício aplicado entre os estudantes: exemplos de Triângulos semelhantes.....	48
<b>Figura 10</b> – Avaliação contextualizada em sala de aula, simulando um rio .....	49
<b>Figura 11</b> – Professor responsável esquematizando o exercício da “simulação do rio”...	50
<b>Figura 12</b> – Atividade sobre razões trigonométricas .....	50
<b>Figura 13</b> – Maquetes construídas pelos estudantes, simulando situações compartilhadas em sala de aula .....	51
<b>Figura 14</b> – Estudantes em atividades propostas pelo professor .....	53
<b>Figura 15</b> – Estudante realizando medidas, e esquema montado por uma estudante ....	54
<b>Figura 16</b> – Estudantes desenhando o esquema .....	55
<b>Figura 17</b> – Estudantes expondo os mapas conceituais elaborados .....	57
<b>Figura 18</b> – Grupo tratando de questões iniciais trazidas por Aristarco, por meio do artigo.....	59
<b>Figura 19</b> – Imagem dos estudantes que apresentaram o seminário <i>Eratóstenes e o raio da Terra</i> .....	61
<b>Figura 20</b> – Apresentação do seminário <i>Semelhança de triângulos e Razões Trigonométricas</i> .....	62

<b>Figura 21</b> – Apresentação do seminário <i>Grandezas Astronômicas e Ordem de Grandeza</i> .....	64
<b>Figura 22</b> – Apresentação do seminário <i>Ptolomeu e a Distância da Terra à Lua</i> .....	65
<b>Figura 23</b> – Imagem dos estudantes, juntamente com o professor, que apresentaram o seminário final .....	67

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1 – Comparação entre diferentes abordagens de uma Sequência Didática .....</b>	<b>14</b>
<b>Quadro 2 – Quantidade de aulas referentes à aplicação da Sequência Didática .....</b>	<b>27</b>

## RESUMO

### SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR COM A ASTRONOMIA

O objetivo deste trabalho é contribuir para o desenvolvimento de estratégias de ensino e aprendizagem em aulas de Matemática, propondo uma Sequência Didática (SD) (produto educacional gerado neste trabalho) que facilite a compreensão de um artigo científico no âmbito da Astronomia, voltado ao Ensino Médio. Foi desenvolvida uma proposta de potencialização do ensino a partir da utilização de uma SD que contemplou o assunto de Matemática correlato à Física no contexto da Astronomia, proporcionando a elaboração de todas as etapas da SD, sua aplicação e a disponibilização de instruções para futuros aplicadores. A partir da participação de estudantes e do(s) professor(es) envolvido(s) criou-se um Contrato Didático com o objetivo de dar intencionalidade a todas as etapas da SD e, sobretudo, a compreensão de um artigo como objeto de estudo. Também, foi utilizada a ideia de Mapas Conceituais, desenvolvida por Novak, em uma perspectiva de compreender como cada estudante organiza suas ideias sobre o material que terá acesso e de acordo às aulas ministradas pelo professor regente. Houve um efeito positivo em relação à aplicação da SD em sala de aula, uma vez que os estudantes sinalizaram um avanço quanto a sua aprendizagem, principalmente no que concerne a ampliação de uma estrutura cognitiva muito mais significativa, possibilitando uma melhor compreensão do artigo trabalhado. À medida que cada etapa ia sendo aplicada, notamos que os estudantes foram ganhando autonomia, o que ficou bem evidenciado na apresentação dos seminários. Todos os procedimentos utilizados para produzir e aplicar a SD refletiu uma mudança de postura dos estudantes em sala de aula. cremos que, mais do que nunca, mudanças a nível organizacional e didático-pedagógicas são necessárias, no sentido de que práticas inclusivas, a partir de uma formação continuada, sejam propostas.

**Palavras-chave:** Sequência Didática, Astronomia, Matemática.

## ABSTRACT

### DIDACTIC SEQUENCE IN MIDDLE SCHOOL: AN INTERDISCIPLINARY PROPOSAL WITH ASTRONOMY

The aim of this work is to contribute to the development of teaching and learning strategies in Mathematics classes, proposing a Didactic Sequence (SD) (educational product related to this work) that facilitates the understanding of a scientific article in the field of Astronomy, aimed at High School. A proposal for the development of teaching was developed from the use of an SD that contemplated Mathematics related to Physics in the context of Astronomy, providing the elaboration of all stages of SD, its application and the provision of instructions for future applicators. Based on the participation of students and the teacher (s) involved, a Didactic Contract was created with the purpose of giving intentionality to all stages of SD and, above all, the comprehension of an article as object of study. Also, the concept of Conceptual Maps developed by Novak was used in order to understand how each student organizes his ideas about the material that will have access and according to the classes taught by the teacher regent. There was a positive effect in relation to the application of SD in the classroom, since the students signaled an improvement in their learning, especially in what concerns the expansion of a much more significant cognitive structure, allowing a better understanding of the article worked. As each step was being applied, we noticed that the students were gaining autonomy, which was well evidenced in the presentation of the seminars. All procedures used to produce and apply SD reflected a change of posture of students in the classroom. We believe that, more than ever, changes at the organizational and didactic-pedagogical levels are necessary, in the sense that inclusive practices based on continuous formation are proposed.

**Key words:** Didactic Sequence, Astronomy, Mathematics.

## 1 INTRODUÇÃO

É comum estudantes das escolas públicas e particulares apresentarem dificuldades em diversos tópicos da disciplina Matemática. Nota-se muitas vezes que alguns estudantes não têm uma base necessária para estar em uma determinada série. Isto vem criando um desconforto entre os professores que lecionam essa disciplina, a ponto de estarem buscando novas práticas de ensino.

Notadamente, a partir dos índices do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2015, que apontaram que a Bahia possui um percentual de estudantes por nível de proficiência em Matemática abaixo da média nacional, onde foram avaliados estudantes da terceira série do ensino médio, elaboramos a construção de um trabalho que considerasse os conhecimentos aprendidos pelos estudantes em séries anteriores, já que esta avaliação aponta um déficit no tocante ao mesmo quesito para o ensino fundamental.

Esse trabalho tem a proposta de criar uma Sequência Didática (SD) (Miranda, 2018) com a elaboração de etapas interligadas, a partir dos conhecimentos prévios dos estudantes, com a finalidade de conduzir os estudantes à compreensão de um artigo específico, que aborda conceitos da Matemática utilizando-se de um contexto dentro da Astronomia. Este artigo é um texto de Ávila (2007) encontrado na Revista do Professor de Matemática (RPM), disponibilizado em seu primeiro volume.

Desta maneira, este artigo tem papel fundamental para a compreensão da nossa pesquisa, pois a partir dele foram montadas diversas situações de aprendizagem que respaldam as ações do responsável pela qualidade no ensino. Entretanto, para perceber as sutilezas que iríamos enfrentar para a obtenção do êxito do nosso processo, foi necessário compreender as minúcias de um teórico da aprendizagem coerente com os propósitos pretendidos. Portanto, nossa pesquisa carrega uma fundamentação teórica pautada na compreensão de alguns aspectos da Aprendizagem Significativa pensadas por Ausubel (1980), com o intuito de sensibilizar aquele que ensina, das questões pertinentes à aplicação da Sequência Didática desenvolvida aqui.

Evidentemente, não é suficiente trazermos informações sobre a Teoria da Aprendizagem utilizada para elaborar nosso trabalho. Nesta pesquisa encontra-se, também um capítulo específico sobre o conceito de SD e suas implicações,

proporcionando ao leitor desse texto esclarecimentos a respeito da escolha da nossa ferramenta de trabalho. Como assevera Batista (2016), a SD, como ferramenta didática, pode viabilizar um trabalho muito mais organizado e assim possibilitar ao aplicador uma maior atenção sobre os aspectos cognitivos apontados pelos estudantes durante as atividades, etapa a etapa.

Contudo, ao refletirmos sobre a organização da SD, também, achamos importante trazer a ideia do Contrato Didático, apontada por Brousseau (1986), associada ao objetivo do planejamento trazido por Moretto (2007). Ambos qualificam a necessidade de planejar uma ação básica para a constituição de ações coerentes e que acreditamos ser adequado ao desenvolvimento da aprendizagem significativa que desejamos atingir.

Aos leitores dessa pesquisa, não propomos oferecer apenas uma constituição introdutória que fundamenta nosso trabalho, mas sim, elencamos capítulos esclarecedores a respeito das intervenções realizadas em sala de aula, no sentido de esmiuçar a metodologia empregada por nós na construção e aplicação da SD. Assim, ficará claro todo o mecanismo que utilizamos com essa finalidade que resulta de um processo de construção contínua que surge desde a descoberta dos conhecimentos prévios dos estudantes até a avaliação por meio dos vídeos feitos por eles.

Nesse sentido encontra-se presente em nosso texto um capítulo mais longo que os demais, referindo-se às etapas que foram construídas e aplicadas com os estudantes ao longo de 13 aulas, com o objetivo de deixar nítido como todas as etapas foram realmente feitas. Sendo que cada etapa constitui-se de um conjunto de atividades encadeadas, onde cada estudante além do professor percebe seus avanços e encontra a disposição em participar de uma nova fase, assumindo seu papel de coadjuvante no seu processo de aprendizagem.

Não cabe ao professor dar respostas de imediato, mas sim desenvolver as potencialidades dos estudantes propondo atividades diversificadas e que atendam aos conhecimentos trazidos por eles. Essa participação de compreender como se dá a aquisição do conhecimento deve ser uma categórica atribuição do professor no seu desejo de ensinar significativamente e para que ele atenda os objetivos do seu planejamento.



Desta maneira a avaliação faz parte de um processo contínuo e dinâmico, onde à cada fase e atividade solicitadas pelo professor renovam-se suas anotações quanto aos avanços dos seus estudantes. Contudo, os seminários mencionados em nosso texto poderão representar o desfecho da avaliação realizada pelo professor, desde o início de suas atividades, com sua proposta de SD.

Cabe salientar que a relação precípua de todo nosso trabalho, vem da expectativa de se criar uma SD que faça o estudante compreender melhor o artigo científico escolhido pelo professor. Nesse sentido, o profissional da educação busca atingir com suas ações uma ampliação da estrutura cognitiva, termo apontado por Ausubel (1980), dos seus estudantes a fim de tornar o discurso deles mais claro e objetivo quanto à interpretação desse texto.

Sendo assim, foi criado um capítulo de discussão que apresenta pontos positivos e negativos a respeito da utilização da metodologia escolhida, além de fornecer uma posição mais ampla da obtenção dos objetivos da pesquisa acerca das intervenções do professor. Inclusive, fazendo-se menção aos pontos positivos de se usar a contextualização por meio da Astronomia.

A Astronomia ainda é pouco explorada no contexto escolar seja pela pouca abordagem nos livros didáticos, seja por questões de precariedade na formação dos professores. Os tópicos de Matemática que aparecem no contexto da Astronomia podem ser o diferencial na contextualização de muitos conceitos vivenciados pelo estudante. O fato é que ao adotar um artigo científico em Astronomia voltado ao Ensino Médio conseguimos um ambiente rico de conceitos matemáticos e físicos, possíveis de serem trabalhados em sala de aula.

Uma vantagem encontrada na escolha do estudo da Astronomia é a multidisciplinaridade, envolvendo assuntos de diversas áreas do conhecimento como a História, Filosofia, Matemática e Física. Desta forma, percebemos uma maravilhosa oportunidade de mostrarmos aos estudantes que as ciências não existem de maneira segmentada, mas sim como uma unidade. Professores que usam material de Astronomia podem possibilitar o ensino de diversos conteúdos de muitas áreas ao mesmo tempo. Conseqüentemente, a Astronomia pode ser considerada como um tema integrador. Além disso, proporciona aos profissionais da educação atenderem aos pressupostos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que propõem mudanças no que tange ao processo de ensino e

aprendizagem, considerando essencial a contextualização e a interdisciplinaridade (BRASIL, 1997).

Por fim, esse trabalho termina sinalizando uma avaliação da Sequência Didática e a construção de um manual orientador para a aplicação desta sequência, possibilitando, assim, que outros professores possam fazer uso do nosso trabalho. Evidentemente, esse trabalho atende a um processo multidisciplinar onde professores de diversas disciplinas podem apropriar-se deste material e desenvolver a proposta com seus estudantes.

Dessa forma, o presente estudo tem como objetivo geral: compreender um artigo científico com tema em Astronomia a partir da elaboração de uma SD no âmbito do Ensino Médio, no sentido de buscar interpretar os elementos físicos e matemáticos envolvidos em todo o processo. Como objetivos específicos, este trabalho pretende:

1. Interpretar um artigo e textos científicos que envolvam elementos da Física e da Matemática vinculados ao conteúdo programático do Ensino Médio;
2. Elaborar situações didáticas em que os estudantes consigam ilustrar, por meio de maquetes e/ ou cartazes, os elementos da Matemática apontados no artigo e nos textos complementares;
3. Justificar a importância dos elementos da Física e da Matemática trazidos pelo artigo e pelos textos utilizados durante o desenvolvimento da SD;
4. Situar os estudantes sobre a importância da Astronomia para o desenvolvimento da ciência, em uma perspectiva dialética desenvolvida durante a aplicação da SD.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Os pressupostos da Teoria de Ausubel, vinculados à Aprendizagem Significativa, têm uma relação precípua com o conteúdo aprendido numa construção mental ordenada: a Estrutura Cognitiva. Este conceito representa todo conteúdo prévio conseguido informalmente ou não pelo sujeito. Segundo Ausubel,

A essência do processo de aprendizagem significativa é que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas, de maneira substantiva (não-litera) e não-arbitrária, ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto de sua estrutura cognitiva especificamente relevante (i.e., um subsunçor) que pode ser, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição já significativos (1968 apud MOREIRA, 2009, p. 11-12).

Assim, acredita-se que de maneira organizada e intencional o indivíduo adquire um armazenamento de informações no decorrer do tempo, por meio de uma convivência entre sujeitos que orientam novas ideias e estímulos de maneira não aleatória. O sujeito passa, então, a adquirir um maior número de informações a partir do momento em que os conhecimentos prévios (ou subsunçores), já assimilados de maneira clara para o sujeito, podem se relacionar com outros novos conhecimentos que começam a chegar à Estrutura Cognitiva (conjunto de informações potencialmente passíveis de interagir) desse sujeito por intermédio da participação em ações sequenciais e dinâmicas. Os subsunçores passam a servir como uma espécie de receptáculo primário para processar os novos conhecimentos, e estes se aderem aos existentes ou mudam a interpretação daquele conhecimento prévio ao ponto de substituí-lo.

Segundo Ausubel:

O sistema psicológico humano [...] está construído e funciona de tal forma que se podem aprender e reter novas ideias e informações, de forma significativa e mais eficaz, quando já estão disponíveis conceitos ou proposições adequadamente relevantes e tipicamente mais inclusivos, para desempenharem um papel de subsunção ou fornecerem uma ancoragem ideal às ideias subordinadas (2003, p. 44).

Nesse contexto, Ausubel (1968 apud MOREIRA, 2011) define subsunçor como um conhecimento específico, existente na estrutura cognitiva do indivíduo, que

permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto. Nesse raciocínio, a Aprendizagem Significativa está inserida num contexto dependente da existência de palavras âncoras, termos extremamente importantes para a adesão de novos conhecimentos, pois são estas que possibilitam a ampliação do conhecimento na mente daquele que aprende. É uma espécie de palavra que, em grande número, amplia a compreensão sobre novos objetos com mais facilidade, gerando novas interpretações e apropriações de ideias pertinentes ao desenvolvimento intelectual do sujeito.

Para Ausubel, subsunção é essa palavra ancora que representa uma espécie de termo necessário para que novas aprendizagens ocorram. Não se pode pensar a Aprendizagem Significativa desassociada da ideia de subsunção e, sobretudo, de uma conquista sobre o conhecimento aprendido de forma organizada e hierarquizada, onde termos mais abrangentes vão partindo de termos mais específicos, construindo uma espécie de cadeia de conceitos que se multiplicam com o aparecimento de novas informações e que determinam uma estrutura complexa denominada estrutura cognitiva.

Nesse sentido, existe um complexo estrutural onde é processado o novo material, instituindo uma espécie de integração dos saberes armazenado na mente de quem aprende com o novo saber adquirido; uma aula de determinado professor por exemplo. Esse complexo, segundo Moreira

É uma estrutura cognitiva, entendida como o conteúdo total de ideias de um certo indivíduo e sua organização; ou conteúdo e organização de suas ideias em uma área particular de conhecimentos, e o complexo resultante dos processos cognitivos, ou seja, dos processos por meio dos quais se adquire e utiliza o conhecimento (1999, p. 122).

Desse ponto de vista, o professor deve estar sensível a compreender melhor esse conjunto de informações organizadas e potencialmente relacionáveis que consistem os saberes pertencentes a cada estudante. Deve-se perceber que questões socioculturais influenciam na construção dessa coleção, impondo-lhe agregações inúmeras que são proporcionadas pelo acesso ao conhecimento. Cabe, ressaltar que crianças envolvidas num contexto social e econômico mais favorável participarão de um leque de opções bastante diferente daquelas que não tem renda familiar razoável à sua subsistência.

Evidentemente, o professor pode determinar estratégias que são sensíveis às condições sociais que determinam o contexto de sua sala de aula. Não se pode propor situações que asseverem as desigualdades e não possam favorecer a disposição dos estudantes em participar das atividades sugeridas pelo professor em qualquer metodologia adotada. O professor deve sempre estar em busca de um ponto de equilíbrio em suas estratégias, proporcionando aspectos de razoabilidade pertinentes à sua práxis.

A estrutura cognitiva só poderá receber o novo saber para o processamento de maneira mais adequada, se questões que gerem um desconforto socioafetivo entre os estudantes estiverem sendo pensadas pelo professor para serem superadas no decorrer da sua vivência com a turma; um ambiente hostil pode gerar bloqueios de aprendizagem relevantes à ampliação desse complexo que forma a estrutura cognitiva de cada estudante. Contudo, trataremos em nosso texto das questões cognitivas que são relevantes à aprendizagem do estudante no tange às questões de aprendizagem dentro da sala de aula, especificamente, como se dá a aprendizagem do novo conceito. Estas questões, segundo Moreira,

[...] podem ser aprendidas e retidas, na medida em que os conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionam como ponto de ancoragem às ideias e conceitos. Entretanto, a experiência cognitiva não se restringe à influência direta dos conceitos já aprendidos sobre componentes da nova aprendizagem, mas abrange também modificações relevantes nos atributos da estrutura cognitiva pela influência do novo material. Há, pois, um processo de interação, por meio do qual conceitos mais relevantes e inclusivos interagem com o novo material, funcionando como ancoradouro, isto é, abrangendo e integrando este material e, ao mesmo tempo, modificando-se em função dessa ancoragem (1999, p. 152).

Nossa intenção é perceber como se dá a aprendizagem do estudante, segundo o modelo trazido por Ausubel. Sugerir atividades aos estudantes que tornem os conceitos a serem estudados mais relevantes e inclusivos com a intenção de torná-los mais perceptíveis à estrutura cognitiva dos estudantes onde esse complexo possa fazer o seu processamento de maneira mais clara e inteligível. Portanto, possibilitando ampliações à estrutura cognitiva ou proporcionando modificações nos conceitos ou ideias já existentes nesta.

Nota-se que Moreira (1999), em sua colocação, é bastante explicativo, quando se refere a essa transição que recebe o novo material, inclusive,

destacando a existência de um ancoradouro para novo saber. Trata-se de um lugar na mente do estudante que recebe a nova informação processando-a no sentido de agregá-la ou modificá-la para a formação de novos ancoradouros. Estes lugares são preenchidos, sobretudo, por subsunçores – estes dão significado ao novo saber.

Na estrutura cognitiva, percebe-se também a existência de palavras ou ideias que não estão relacionadas às subsunções; estas seriam armazenadas na estrutura cognitiva de forma mecânica. Por isso, Moreira (1999) e Farias (1995) consagram a existência de um contínuo no processo de aprendizagem, ora os estudantes absorvem de maneira mecânica e ora de maneira significativa. Um, garante longevidade do material aprendido, e o outro não; assim como um se define por ser bastante relacionável com os subsunçores existentes na estrutura cognitiva e outro não.

Entretanto, cabe ressaltar que para acontecer uma aprendizagem Significativa no modelo proposto por Ausubel, não basta a nova informação estar em contato com conceitos extremamente acolhedores ou potencialmente significativos. É fundamental o sujeito possuir um aspecto motivacional adequado, como apresenta Corti e Vóvio:

A disposição para aprender é outro elemento importante na aprendizagem. Trata-se da maneira pela qual a pessoa se vê no processo de aprendizagem, percebe o que vai aprender e como se sente diante desse desafio. A disposição também é construída nas experiências vividas, tanto pode ser consequência de uma necessidade, um interesse ou desejo pessoal, como de uma motivação ou estímulo vindo de outras pessoas (2007 apud MERAZZI; OAIGEN, 2008, p.18-19).

Conforme o autor, esse quesito configura um aspecto da vivência do indivíduo e, portanto, vem da sua inimidade, da sua ciência sobre os objetivos de vida. É um caráter motivacional que possivelmente pode ser interpretado pelas experiências do sujeito enquanto membro de uma determinada sociedade. A disposição, nessa ideia, pode ser relatada pelo professor mas sua modificação de estado dependerá do próprio sujeito, o professor poderá maximizar seus efeitos com o uso de diferentes metodologias.

Conforme Moreira (1999) e Faria (1995), Ausubel não determina que a aprendizagem mecânica e significativa são coisas completamente distintas, ambas fazem parte de um contínuo, em que juntas consagram a existência da estrutura cognitiva. Inclusive, ele aponta a aprendizagem mecânica como uma das respostas

para esclarecer a existência desse complexo. Sobre a compreensão desses conceitos, assevera Almeida:

Ausubel contrasta a aprendizagem significativa com a aprendizagem mecânica, ressaltando que fazem parte de um processo contínuo e não dicotômico. Considera que, numa área de conhecimento completamente nova para o aprendiz, a aprendizagem mecânica é sempre necessária. Dessa forma, é mecânica até que alguns elementos do conhecimento, relevantes a essa nova informação, existam na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores, ainda que pouco elaborados. Na proporção que a aprendizagem começa a ser significativa (ancorando-se em conceitos ou proposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva), esses subsunçores vão se tornando cada vez mais elaborados e mais capazes de ancorar novas informações (2007, p.180-181).

Resta destacar que a definição de aprendizagem segundo o modelo construído por Ausubel (1980) surge de uma reflexão de aspectos cognitivos, em que o sujeito se apodera daquilo que se deseja aprender pelo *quantum* disponível e sua estrutura cognitiva é capaz de fazer associações com os conceitos potencialmente existentes. Alguns novos conceitos interagem melhor do que outros, quando a aprendizagem se dá de forma mecânica o novo material não consegue uma transição harmoniosa – este não é capaz de se relacionar plenamente com os conceitos subsunçores existentes, como aponta Ausubel (1982). Logo, não se garante flexibilidade e tão pouco longevidade em sua premência, no corpo cognitivo do sujeito que aprende.

Entretanto, quando o novo material interage com mais receptividade com o complexo existente, dizemos que a aprendizagem aconteceu por uma aprendizagem significativa, onde os saberes existentes nessa estrutura são bastante relevantes para o novo material que está chegando. A nova ideia ou conceito consegue uma permanência muito maior nessa estrutura do que aquele que chega de forma mecânica; o sujeito consegue externar de maneira clara e objetiva suas interpretações do novo conceito e, facilmente, expõe suas impressões pessoais a partir das relações e interações que aconteceram entre o novo e velho saber existente. Conforme Aragão:

Além de não ser arbitrária a aprendizagem, para ser significativa, precisa ser também substantiva, ou seja, uma vez aprendido determinado conteúdo desta forma, o indivíduo conseguirá explicá-lo com as suas próprias palavras. Assim, um mesmo conceito pode ser expresso em linguagem sinônima e transmitir o mesmo significado (1976, p. 21).

Nesse sentido, um estudante que consegue aprender determinado conceito pela aprendizagem significativa poderá explicá-lo de diversas formas sem fugir da ideia central. Um exemplo, dentro da Matemática, seria quando um estudante aprende a fazer determinados cálculos, para a obtenção de uma resposta específica, como a obtenção das raízes de uma equação do segundo grau, e ele consegue realizar os cálculos não apenas de uma maneira. Outro exemplo, já na área da Física, seria quando o estudante consegue diferenciar Massa e Peso de um corpo, nesse momento ele consegue de maneiras diversas explicar tal diferenciação.

O professor deve tornar o espaço de aprendizagem mais significativo ao estudante, essa atração possibilita evidentemente disposição por parte do estudante para frequentar as aulas e participação nas atividades propostas pelo educador com a intenção de que o estudante aprenda os conceitos trazidos. A aprendizagem significativa surge de diferentes níveis de maturidade do sujeito a respeito da sua vida estudantil, mas pode ser influenciada por fatores externos ao ambiente escolar.

Segundo Smole (1996), muitas são as relações envolvidas que estabelecem uma Aprendizagem Significativa; estas ultrapassam a barreira dos métodos de ensino ou processos de aprendizagem oferecidos pelo professor. Dificilmente o conhecimento é construído por transmissão por parte do professor e apreensão por parte do estudante. Ensinar e aprender significativamente requer disposição das partes envolvidas para participar de um ambiente onde o sujeito permanece em contato com inúmeras sensações que surgem das relações pessoais – interação, disputa, aceitação, rejeição, entre outras percepções.

Cabe ressaltar que todas as informações aprendidas significativas vão para a estrutura cognitiva daquele que aprende. Conforme menciona Aragão

A estrutura cognitiva é, por hipótese, uma estrutura piramidal, hierarquicamente organizada em termos de traços conceptuais altamente inclusivos, sob os quais são subsumidos progressivamente traços de subconceitos menos inclusivos, bem como dados e informações específicas. Nesse entendimento da teoria, a organização do conteúdo de uma dada disciplina ou área de conhecimento do indivíduo consiste justamente nessa organização hierárquica de conhecimentos, na qual os conceitos mais inclusivos e menos diferenciados, que já foram aprendidos, ocupam um posição no ápice e subsumem progressivamente subconceitos menos inclusivos e mais diferenciados, bem como dados factuais e aspectos conjecturais (2012, p. 27).



Todas as informações que o estudante aprende significativamente em sala de aula vão agregar-se à estrutura cognitiva de maneira ordenada, onde a disposição dos subsunçores existentes na mente de quem aprende pode acumular a nova informação ou modificá-la, sobretudo ampliá-la. A essa ampliação por recebimento de novas ideias Ausubel et al (1980) presume ser efeito da aprendizagem. Para Moreira & Masini (1982), Ausubel vê o armazenamento de informações no cérebro humano como sendo altamente organizado.

Resta-nos refletir acerca de como ocorre a aprendizagem a partir de Ausubel. O autor justifica a existência de um contínuo presente entre as Aprendizagem Mecânica e a Aprendizagem Significativa indicada por Ausubel et al (1980), onde a primeira faz ligação com a ocorrência por descoberta e a segunda é consonante com a Recepção. Diante das considerações acima, podemos inclusive mencionar que a aprendizagem que acontece atualmente na rotina do Ensino Médio na nossa escola está mais voltada à Recepção, pois diante das aulas expositivas, os estudantes, que interagem, tentam relacionar o material fornecido pelo professor com o material pertencente a sua estrutura cognitiva.

Utilizaremos os fundamentos do método elaborado por Ausubel como elemento norteador das ações pedagógicas que foram realizadas em sala de aula a serviço da construção da SD que foi aplicada aos estudantes. Por se formar um conjunto de intervenções realizadas em sala de aula pelo professor, é importante o profissional da educação realizar leituras pertinentes a esse tema, no sentido de viabilizar mudanças dentro da sua rotina de ensino tradicional.

A ruptura da rotina, que só faz uso do quadro e pincel, é necessária para que o professor estabeleça novos parâmetros ao seu planejamento e proporcione novas práticas em sala de aula. É interessante buscar uma conexão com novas tecnologias ou usar ferramentas que foram testadas e atingiram êxito em seu propósito, partindo do pressuposto de um trabalho organizado e que possibilite mudanças.

Dessa maneira, pensamos em uma ferramenta que possibilitasse ações em sala de aula por etapas e prestigiasse os conhecimentos prévios dos estudantes de forma mais expressiva, já que partimos de uma proposta pensada a partir de intervenções em sala de aula. Por isso, preferimos criar uma Sequência Didática que

considerasse aspectos cognitivos dos estudantes e a apontasse na compreensão de um artigo por parte dos estudantes no contexto da Astronomia.

## 2.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Não é fácil tratar sobre o tema Sequência Didática (SD), devido às limitações da literatura no que se refere à Educação Matemática. Os materiais existentes são bem resumidos e a produção das sequências gira em torno das aprendizagens que estimulam a literatura ou interpretação textual, tudo muito voltado para o nível das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Não existe uma avaliação extensiva das principais características que comprovam os benefícios da inserção das Sequências Didáticas para o nível de Ensino Médio. Geralmente, a sua elaboração por professores e pesquisadores de qualquer área do conhecimento surge da ruptura de um paradigma que predominava em nossa sociedade, a falta de diálogo entre a Educação básica e o Ensino Superior para resolver as questões de aprendizagem. Entretanto, essa comunicação vem se tornando mais expressiva, principalmente, com a existência dos Mestrados Profissionais.

Aliar a teoria à prática de maneira organizada, considerando os estudos específicos do profissional de uma determinada área do conhecimento e as teorias de ensino e aprendizagem, conduz a construção de um número mais expressivo de sequências. Não é montar apenas um encadeamento de etapas que proponha educação científica dos estudantes, mas sim construir um aprendizado a partir do conhecimento do estudante e seu contexto social.

Encontramos algumas definições que serviram de suporte para compreender melhor a proposição de uma SD. Iniciaremos por Zabala (1978), que parte do pressuposto que toda prática pedagógica exige uma organização metodológica para sua execução, em que a partir das intervenções do professor em sala de aula é que se dá a aprendizagem do estudante. Zabala (1998, p.18) assevera que “Sequência Didática é definida por um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos estudantes.” Nesse

raciocínio, o autor confirma que a SD é um trabalho pedagógico necessário e organizado, imerso em uma constante reflexão por parte das pessoas envolvidas.

O autor chama a atenção sobre uma reflexão obrigatória para o profissional da educação e que deve ser considerada sempre antes da retomada do seu trabalho: “Para que educar? Para que ensinar?” (ZABALA, 1998, p. 21). Estas seriam perguntas centrais que justificariam a prática do professor no seu contexto de mediador do conhecimento e, também, serviriam como uma espécie de influencia ao desejo contemplador para o preparo do planejamento. São questões estimuladoras do objetivo de uma SD, que segundo o ponto de vista do autor recai a

[...] introduzir nas diferentes formas de intervenção aquelas atividades que possibilitem uma melhora de nossa atuação nas aulas, como resultado de um conhecimento mais profundo das variáveis que intervêm do papel que cada uma delas tem no processo de aprendizagem dos meninos e meninas (ZABALA 1998, p. 54).

Nota-se que, para Zabala, a diversidade das intervenções realizadas pelo professor tem papel fundamental. São estas ações que trarão um desenvolvimento especial ao papel do professor em sala de aula e consolidarão o êxito no processo de aprendizagem dos estudantes. Não se pode achar que uma ação modular, construída por etapas, repetida durante todo um ano letivo possibilitará o sucesso na rotina de trabalho do professor e consistirá em uma aprendizagem de sucesso: é necessário diversidade de estímulos com a utilização de atividades mais variadas possíveis.

É fundamental, também, considerar as relações interpessoais existentes em sala de aula, que influenciam nos hábitos dos estudantes e nas questões que determinam o êxito em sala de aula. Não se pode desmerecer esse aspecto, pois é provocador de ansiedade ou motivação ou dispersão da atenção dos estudantes. Este interfere, especialmente, nas questões de disposição dos estudantes em participar das atividades propostas e na aquisição de um melhor desempenho.

Além da proposta trazida por Zabala, mencionada acima, podemos trazer à tona as disposições oferecidas por Oliveira acerca do tema, que define SD como “um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino-aprendizagem” (2013, p. 39).

Oliveira (2013) confirma a existência de um trabalho que pressupõe além da organização, uma conexão entre as etapas propostas pelo professor na aplicação de uma SD. Sendo o planejamento, etapa por etapa, um aspecto fulcral de elaboração, determinando os aspectos da descrição da sequência – formação de grupos, o material necessário, o cronograma e a avaliação dos resultados. A autora coloca uma nova proposta metodológica a respeito de SD, intitulada Sequência Didática Interativa (SDI), a qual está alinhada com outra ideia da autora desenvolvida em 2012 – Círculo Hermenêutico-Dialético (CHD). Oliveira define SDI como

[...] uma proposta didático-metodológica que desenvolve uma série de atividades, tendo como ponto de partida a aplicação do círculo hermenêutico-dialético para identificação de conceitos/definições, que subsidiam os componentes curriculares (temas), e, que são associados de forma interativa com teoria(s) de aprendizagem e/ou propostas pedagógicas e metodologias, visando à construção de novos conhecimentos e saberes (2013, p. 43).

Observemos que Zabala (1998) e Oliveira (2013) comungam da ideia de SD com fundamentos bastante parecidos, a qual deve ser uma proposta organizada pelo professor na perspectiva modular. Entretanto, esta não deve ser fragmentada – os módulos devem conter pontos de ligação bem instituídos para que seja uma transição pacífica, onde de um módulo para o outro hajam ligações bem elaboradas e cheias de intencionalidades.

Nessa perspectiva, esclareceremos todos os pontos da nossa sequência, apontando os objetivos definidos para as partes envolvidas, deixando evidentes os aspectos que serão trazidos à tona e sobre quais condições as atividades serão desenvolvidas para as partes participantes. Evidentemente, é interessante ressaltar como são formatadas as sequências pensadas por Zabala (1998) e por Oliveira (2013). Segue, pois, o Quadro 1 comparativo:

**Quadro 1 – Comparação entre diferentes abordagens de uma Sequência Didática**

<b>Zabala (1998)</b>	<b>Oliveira (2013)</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Atividade motivadora relacionada com uma situação conflitante da realidade experiencial dos estudantes;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Definir o tema e componente curricular a ser trabalhado, entregar uma ficha ao participante para que escreva seu</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicação das perguntas ou problemas; respostas intuitivas ou hipóteses;</li> <li>• Seleção e esboço das fontes de informação e planejamento da investigação;</li> <li>• Coleta, seleção e classificação dos dados;</li> <li>• Generalização das conclusões tiradas;</li> <li>• Expressão e comunicação.</li> </ul>	<p>conhecimento inicial sobre o assunto;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dividir a classe/turma em pequenos grupos para que sintetizem os conceitos surgidos em uma só frase;</li> <li>• Eleger um líder de cada grupo para formar um novo grupo onde também farão uma síntese formando apenas uma frase do assunto;</li> <li>• Conclui-se a primeira sequência de atividade com uma definição sobre o tema em estudo;</li> <li>• O desenvolvimento do embasamento teórico sobre o assunto;</li> <li>• O professor/ coordenador escolhe uma atividade para o fechamento do tema que pode ser um seminário, confecção de pôsteres ou outras.</li> </ul>
---	---

**Fonte:** Zabala (1998) e Oliveira (2013).

Outro trabalho que sintetiza bem a ideia de SD expressa em nosso trabalho, e que de maneira singular notificam fundamentos importantes para a constituição do nosso trabalho, é o estudo de Dolz et al. (2004). Estes pesquisadores atuam de maneira expressiva em uma abordagem de ensino e aprendizagem de gêneros textuais que, de certa forma, contribui para a compreensão da SD que utilizamos.

Estes autores partem da questão de como ensinar a expressão oral e escrita (DOLZ et al., 2004), definindo SD como

[...] um conjunto de atividades escolares organizadas, de maneira sistemática, em torno de um gênero oral ou escrito, [...] com a finalidade de

ajudar o estudante a dominar melhor um gênero de texto, permitindo-lhe, assim, escrever ou falar de maneira mais adequada numa dada situação de comunicação (2004, p. 97).

Evidentemente, atribuiremos à construção de nossa sequência aspectos tanto de um autor quanto do outro, já que acreditamos que ambas definições trazem aspectos similares e complementam uma definição mais completa e abrangente. Como define Batista

Uma Sequência Didática deve ser desenvolvida na perspectiva do ensino de conteúdos por meio de atividades sequenciadas, organizadas com objetivos bem definidos e esclarecidos para os professores e estudantes, que contribuirão para a aprendizagem e construção do conhecimento e de novos saberes. Deve, também, servir para a reflexão sobre a prática docente através da observação do seu processo de desenvolvimento e interação entre todos os envolvidos (2016, p. 5383).

Acreditamos que a Matemática e a Astronomia formam um campo produtivo para elaboração de atividades diversas e que, de maneira planejada pelo professor, poderão ser organizadas para formação de diversas Sequências Didáticas dentro desse contexto, em especial, gerar a elaboração de uma trajetória de ensino muito mais atraente aos estudantes, proporcionando a aprendizagem de vários assuntos tanto da Matemática quanto da Astronomia de maneira contextualizada.

O mundo moderno requer uma ampla interação entre os participantes de qualquer processo de ensino e aprendizagem, remontando cenários envolventes para a aprendizagem e construção dos conhecimentos, sobretudo, partindo de uma reflexão importante por parte do professor sobre aspectos de sua prática para que consiga atingir os objetivos que foram definidos em seu planejamento.

### 2.3 DO CONTRATO DIDÁTICO AO PLANEJAMENTO

Um dos conceitos mais integradores que achamos pertinente inserir em nossa pesquisa foi o de Contrato Didático (CD), pois sua acepção potencializa nossas reflexões acerca de um trabalho pautado na construção de uma Sequência Didática e é bastante coerente com a ideia de planejamento que vamos utilizar. De acordo com Brousseau

Chama-se Contrato Didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos estudantes e o conjunto de comportamentos do

estudante que são esperados pelo professor [...]. Esse contrato é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas, sobretudo implicitamente, do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro (1986 apud SILVA, 2008, p. 50).

Nota-se que esse conceito trazido por Brousseau (1986) é muito animador dentro da proposta que estamos desenvolvendo, pois é bastante adequado às ideias da Aprendizagem Significativa desenvolvida por Ausubel (1980), que vem orientando todo nosso trabalho. Segundo este autor: “o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo.” Evidentemente, para Ausubel, a aprendizagem inicia-se por um processo de descoberta por parte do professor e que influenciará todas as etapas proposta por ele em seu plano de trabalho.

Na formulação elaborada por Brousseau sobre CD, também, observa-se um processo de descoberta como critério inicial da criação desse contrato. É necessário perceber um conjunto de comportamentos que façam sentido tanto para o estudante quanto para o professor com a intenção de estabelecer uma condução viável para a relação didática que surge sobre uma proposta de trabalho construída. Inclusive, as questões que serão levantadas surgem de uma intencionalidade vinda do educador em seu plano de trabalho, mas que para serem colocadas em prática devem ser observados critérios organizacionais pedagógicos muito bem delineados para que seus participantes saibam como conduzir suas ações.

A relação professor-estudante e o andamento da aula serão atribuídos por esse conjunto de comportamentos apontado pelo autor, este indica o papel de cada participante. Gálvez (1996) indica que esses comportamentos são relações que estabelecem-se por meio de uma negociação implícita entre professor e estudantes. Um exemplo de uma negociação implícita pode ser visualizado quando o professor de Matemática utiliza em sua aula uma determinada álgebra esperando que os estudantes conduzam por ela suas respostas e o estudante implicitamente o acompanha utilizando-se especificamente dessa axiomática trazida por ele.

Nesse sentido, o CD aparece como um componente estruturante da relação professor-estudante-saber, dentro de um sistema muito mais complexo, que envolve as situações didáticas. Sendo que a situação didática tem

[...] o objetivo de caracterizar um processo de aprendizagem em função de uma série de situações reprodutíveis, conduzindo à modificação de um conjunto de comportamentos dos estudantes e, conseqüentemente, dos seus conhecimentos. Essa visão considera necessário um ensino de Matemática mais significativo, que confira, na relação triangular, um papel ativo aos estudantes na busca pelo saber matemático (ALMOULOU, 2007 apud ALMEIDA, 2013).

Desta ideia, observamos que as situações didáticas fazem parte do processo de aprendizagem que é desenvolvido em sala de aula e, portanto, alimentam um procedimento contínuo e dinâmico que vai do primeiro ao último dia de aula do ano letivo. As ações instituídas pelo professor partem de um princípio de modificação de comportamento que começam a ser pensados e inseridos em seu plano de trabalho desde o CD, pois resumidamente este representa a condição de previsibilidade das ações que serão oportunizadas pelo professor em suas aulas, gerando suas estratégias.

Essa relação precípua das situações didáticas com o CD advém da importância do olhar do professor e dos fenômenos didáticos que são estabelecidos dentro do ambiente escolar. À medida que o contrato didático é elaborado, ele possibilita uma reflexão dos preceitos pedagógicos e das posturas dos envolvidos. Contudo, os comportamentos para fazerem parte da personalidade do sujeito, que se forma e se modifica pelo seu papel ativo, deve-se partir de um ordenamento inicial preparado pelo professor que garanta uma relação entre os envolvidos para o desenvolvimento dos trabalhos.

Conforme Gálvez (1996), a Matemática necessita ser expressa numa linguagem mais carregada de sentido – com mais significado do que o próprio conceito previamente estabelecido nos manuais entregues aos estudantes. É necessária uma interlocução sobre o saber matemático que faça mais sentido ao estudante, para que este perceba a importância dos comportamentos exigidos pelo professor, implicando assim num melhor resultado de aprendizagem por parte desse estudante. De acordo com Gálvez (1996), essas relações estabelecem-se por meio de uma negociação implícita entre professor e estudantes.

Diante de tudo que foi exposto, percebemos que o CD é um dispositivo interessante para delinear a relação educacional durante a construção do conhecimento para alguma atividade proposta pelo professor. Trata-se de um regimento flexível e dinamizador, inicialmente proposto para organizar algumas



situações didáticas de aprendizagem. Todos os envolvidos podem participar da construção desse documento de maneira democrática, a partir de uma criação normativa textual ou não que definirá pontos importantes para o andamento de ações desenvolvidas no ambiente escolar. A noção de CD é um dos principais elementos da teoria das situações didáticas e desempenha um papel central na análise e na construção de situações para o ensino e a aprendizagem da Matemática (BROUSSEAU, 2008).

A função do professor é elaborar situações de ensino que coloquem em prática os saberes dos estudantes, a partir daqueles defendidos culturalmente nos programas escolares. Entretanto, as participações dos estudantes na sala de aula dependem do sentido das atividades no espaço educacional (BROUSSEAU, 1986). As situações didáticas criadas nesse ambiente pelo professor, de acordo com Gálvez, são:

Um conjunto de relações estabelecidas explícita e/ou implicitamente entre um estudante ou um grupo de estudantes, um determinado meio (que abrange eventualmente instrumentos e objetos) e um sistema educativo (representado pelo professor) com a finalidade de conseguir que estes estudantes apropriem-se de um saber constituído ou em vias de constituição (1996, p. 28).

Nota-se que para o autor, a ideia central de estabelecer um conjunto de critérios organizacionais é motivar a apropriação do saber. Estas relações podem ser dinamizadas utilizando determinados comportamentos por parte do professor e estudantes e instrumentos acessíveis em sua rotina. Desenvolver maneiras de interagir estudante, professor e saber não é uma função fácil, mas que pode ajudar a superar as dificuldades de aprendizagem tão persistentes no nosso sistema de ensino. Evidentemente, nossa intenção aqui não é esgotar o tema, mas provocar o leitor desse trabalho a uma reflexão sobre a ideia de CD e do Planejamento diário do professo, já que o plano de trabalho do professor é, justamente, o planejamento das condições de aplicação de todas as situações didáticas que ele deseja propor aos estudantes.

Diante das questões que foram levantadas, resta-nos abordar a questão do planejamento como tema. Entendemos que para propor uma SD baseada nos princípios da Aprendizagem Significativa é necessário convergir ideias, criar estratégias e modificar ações pertinentes. A garantia de um melhor desempenho por

parte dos professores pode ser encontrado quando ele organiza suas ações e divide melhor o seu tempo a partir dos conhecimentos de seus estudantes.

Toda sala de aula surge de um grupo de estudantes com desejos diferentes e natureza específica. Cabe ao professor fazer um levantamento inicial, a partir das potencialidades dos estudantes, para desenvolver o seu planejamento inicial. Propor estratégias e ações com intencionalidades são maneiras de se conseguir êxito no trabalho que o professor deseja gerenciar em seu ambiente de ensino. Estas são algumas das reflexões extraídas do objetivo de planejamento proposto por Moretto (2007). Para o autor

O planejamento tem como principal objetivo favorecer a aprendizagem, mas não qualquer aprendizagem; deverá favorecer a aprendizagem significativa de conteúdos relevantes; o estudante precisa aprender dando sentido ao que ele aprende e dar sentido e poder relacionar seus conhecimentos a sua vida em contexto social; para favorecer a aprendizagem significativa, os conteúdos devem ser relevantes, ou seja, devem ter relação com a vida do aprendente (MORETTO, 2007, p. 20).

Ainda acerca das ideias colocadas pelo autor, podemos perceber que o planejamento é um processo que favorece a aprendizagem significativa de maneira pertinente. Dele, exclusivamente, são desenvolvidas estratégias importantes para que os significados dos conceitos propostos pelo professor estejam carregados de sentido para o estudante. Elaborar ações com objetivos específicos direcionados principalmente ao contexto dos estudantes deve ser uma prática constante.

É relevante que o profissional da educação se atente de que para a construção de um trabalho organizado, com um objetivo específico, para se ter êxito devem-se considerar metas pensadas anteriormente bem definidas e ele perder hábitos ruins da rotina de trabalho que possam influenciar esse planejamento. O estudante tem que receber orientações adequadas, que simulem situações onde ele possa integrar os conhecimentos aprendidos em sala de aula com o contexto social que vive fora dela. Nesse caminho, Vasconcellos (2001) pontua que o objetivo principal do planejamento é possibilitar um trabalho mais significativo e transformador, conseqüentemente, mais realizador, na sala de aula, na escola e na sociedade.

Percebemos que as ideias trazidas por Marotto (2007) e Vasconcellos (2001) chamam a atenção para um projeto mais significativo para os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, no sentido de possibilitar uma adequação dos

atos construídos pelo professor durante seu planejamento das questões socioculturais dos aprendizes. Não basta propor atividades considerando o conhecimento por si só, sem pensar nas competências e habilidades que serão obtidas do processo educacional, o profissional da educação tem o dever de inserir situações de ensino que sejam capazes de propor aprendizagem aberta aos contextos dos seus participantes.

Nesse sentido, o ponto de vista de Lopes (1992) estabelece alguns pressupostos para um planejamento de ensino que considera a dinamicidade do conhecimento escolar e sua articulação com a realidade histórica. São eles:

Produzir conhecimentos tem o significado de processo, de reflexão permanente sobre os conteúdos aprendidos buscando analisá-los sob diferentes pontos de vista; significa desenvolver a atitude de curiosidade científica, de investigação da realidade, não aceitando como conhecimentos perfeitos e acabados os conteúdos transmitidos pela escola (LOPES, 1992).

O autor considera que o conhecimento científico seja tratado de forma criativa, que seja uma parte do processo de aprendizagem. A atuação do professor é construir um planejamento que proponha momentos de investigação onde se desenvolva atitudes de curiosidade científicas, não podendo apenas ficar na ideia de que o professor trará o conteúdo ao quadro e o estudante absorverá cada palavra elencada sem necessidade de integração. Segundo o autor, todo instante de aquisição de conhecimento será retomado em um eterno processo de reflexão que dura durante toda a permanência do indivíduo na escola e, a partir de uma realidade ou outra que o sujeito se insere, determina diversas inferências sobre aquilo que está aprendendo.

As questões educacionais no âmbito do ambiente escolar são muito mais amplas do que se imagina. Isto advém de um dinamismo próprio que não permite estagnação de hábitos dos sujeitos envolvidos. Daí, não adianta pensar em conhecimento científico dentro da sala de aula que se torne por si só bem recepcionado pelos estudantes, o professor é que permitirá as relações acontecerem caso tenha o hábito de planejar consciente – que seria aliar o contexto dos estudantes no processo de atração pelos conhecimentos estudados dentro da escola.

A própria LDB n. 9.394/ 96, em seu artigo 13, é clara ao sinalizar como atribuição do professor a sua participação nas ações de planejamento na escola.

Deste modo, planejar é se envolver; é ser partícipe ativo das ações de planejamento escolar. Devemos, enquanto profissionais da educação, desenvolver um trabalho de afeto aos propósitos do ato de planejar ou estaremos sujeitos à precarização das condições necessárias para que seja possível o ato de aprender em sala de aula. Sem um trabalho organizado e pensado pelo professor, antes que seja posto em prática no seu ambiente de trabalho, tudo não passará de um ato aleatório onde o professor não conhece o início e tão pouco o objetivo da sua aula.

Outro viés que o conceito planejamento aponta – é a proteção do professor contra um ambiente sujeito a cobranças devido a um possível momento de hostilidade em que ele seja cobrado a dar explicações da sua condição de trabalho. Conforme Porto (2009, p.129), cabe ao orientador educacional elaborar um cronograma para suas atividades, este deve ser divulgado, e a grande vantagem é impedir que o orientador educacional fique exposto às cobranças e a um clima de animosidade da comunidade escolar.

Conforme Gandin (2011), planejar vai além de preparar para resolver problemas contextualizados – é preparar para a cidadania. Que comunidade estamos ajudando a construir? A partir das nossas solicitações futuras aos estudantes é que devemos refletir de maneira crítica sobre o ato de planejar presente e definir quais questões são mais relevantes para a inserção sociocultural deles. O autor acredita que planejar é

Elaborar – decidir que tipo de sociedade e de homens se quer e que tipo de ação educacional é necessária para isso; verificar a que distância se está desse tipo de ação e até que ponto se está contribuindo para o resultado final que se pretende; propor uma série orgânica de ações para diminuir essa distância e para contribuir mais para o resultado final estabelecido; executar – agir em conformidade com o que foi proposto; e avaliar – revisar sempre cada um desses momentos e cada uma das ações, bem como cada um dos documentos deles derivados (GANON, 2011, p. 23).

Desse ponto de vista, todas as estratégias elaboradas pelo professor no sentido de determinar suas atividades laborais devem conduzir à construção de um planejamento. Inclusive, na montagem da nossa proposta de pesquisa – elaborar uma SD requer estar atento às etapas de elaboração, execução e avaliação do planejamento de cada fase da nossa ferramenta didática. Também, acreditamos que ao pensar nesses quesitos, podemos estar sensíveis aos princípios de uma abordagem metodológica determinada pela Teoria da Aprendizagem Significativa.

Para encerrar as discussões sobre planejamento traçadas em nossa pesquisa vamos destacar as ideias trazidas por Rays (2000, p. 14), “o planejamento das atividades de ensino e de aprendizagem configuram-se não apenas como um ato pedagógico, mas também como um ato político”. E Rué (2003), por sua vez, identifica que, no planejamento, é necessário considerar quais serão as possíveis repercussões do ensino, as contribuições deste para os estudantes, pois planejar não significa somente prever conteúdos, mas reconhecer que estes não se caracterizam como elemento central para planejar o trabalho pedagógico.

Ambos os autores alimentam a ideia de que planejamento vai além dos combinados trazidos pelo professor para um bom andamento da aula – planejar é possibilitar o acesso sobre o ato político que motiva a dinâmica da sala de aula. Os estudantes representam parte integrante do processo de aprendizagem, os quais consolidam todas as ações planejadas pelo professor para que a aula possa acontecer. Evidentemente, a disposição dos estudantes sobre sua permanência no ambiente de ensino determinará a qualidade da aula e, sobretudo, as condições de aprendizagem.

Utilizando-se da lógica, Rays (1989) chega ao seguinte raciocínio: o ato de planejar o ensino é um ato pedagógico; o ato pedagógico é um ato político; por conseguinte, o ato de planejar o ensino é um ato político. As interpretações que o sujeito dispõe de sua formação sociocultural o permite fazer uma leitura pessoal do mundo que vive. Nesse sentido, todo professor deveria repensar a dimensão política da ação educativa. As questões sociais são determinadoras das ideologias que o professor faz uso no momento do seu planejamento – padrões comportamentais, padrões morais, filosóficos e culturais influenciam na comunidade escolar, justificando as questões socioculturais que os estudantes vivem.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Como mencionado anteriormente, a finalidade da nossa pesquisa é desenvolver um trabalho pautado na construção de uma Sequência Didática (SD), com o objetivo de fazer com que os estudantes compreendam, de uma maneira mais ampla, um artigo desenvolvido por Ávila (2007) para a Revista do Professor de Matemática (Anexo 1). A SD foi construída para ser aplicada durante as aulas de Matemática para estudantes de uma turma do 2º ano do Ensino Médio Regular.

Os utensílios utilizados para a montagem da SD foram constituídos pelo *kit multimídia* (*datashow*, caixa de som, *notebook*, *internet*), além da utilização do quadro branco e pincel, cartazes e maquetes produzidas pelos estudantes participantes de todo o processo da SD. Também foram utilizados alguns experimentos elaborados pelos estudantes, como, por exemplo, um instrumento que mede ângulos - uma espécie de astrolábio caseiro. Para a confecção desses instrumentos, foram usados materiais de fácil acesso, como barbante, madeira, plástico, lápis, tinturas, papelão, régua transferidor, isopor e papel.

Foram utilizados vídeos disponíveis no *Youtube* que abordaram tópicos de assuntos contidos no artigo. Os estudantes produziram alguns vídeos, além de uma página no *Facebook* visando a divulgação das experiências em sala de aula. No Apêndice 1, trazemos uma ficha técnica sobre a proposta da SD a ser construída.

Em relação a SD, esta deve ser desenvolvida considerando as interpretações dos estudantes em cada etapa sobre os assuntos e problemas levantados, pois é importante que o professor perceba os erros e acertos dos estudantes para definir os parâmetros pertinentes das demais fases. Ele deve estar atento aos detalhes, pois são estes que possibilitam acontecer uma proposta de trabalho voltado para uma aprendizagem significativa.

A nossa ideia é construir uma SD que considera os aspectos cognitivos da aprendizagem dos estudantes, onde os conhecimentos trazidos pelos estudantes tornam-se o ponto de partida de elaboração das etapas da SD. A primeira etapa se constituiu em um momento esclarecedor por parte do professor sobre as condições que serão desenvolvidas todo o trabalho, sobretudo, apontando o objetivo principal da SD. É o momento de elencar as possibilidades e negociar com os estudantes a

parte flexível do trabalho, deixando claro que a responsabilidade de cada participante no processo está no Contrato Didático.

Em seguida, realizamos uma avaliação prévia para constatar os conhecimentos presentes na mente dos estudantes e que são importantes para uma participação efetiva dos estudantes no processo. A partir disso, foram elaboradas situações de aprendizagem para requalificar os conceitos presentes, ao ponto de modificá-los e torná-los mais claro na mente dos participantes. Não se pode continuar desmerecendo as impressões iniciais dos estudantes sobre aspectos que eles já possuem relacionados a um determinado assunto e a provável dimensão dessa compreensão. É fundamental o professor pensar em como ampliar os conhecimentos dos estudantes, ao ponto de torná-los potencialmente mais receptíveis ao novo conhecimento.

Evidentemente, não basta “carregar” o estudante de informações por uma abordagem memorística – aquela que o professor fornece a informação e o estudante absorve por sua capacidade na memorização. Esta aprendizagem não será tão duradoura na mente do estudante quanto a aprendizagem que se dá de maneira significativa. Nesse sentido, a nova informação deve vir ao estudante carregada de sentido, possível de ser absorvida pelos conhecimentos que o estudante já possui em sua estrutura cognitiva.

Dessa maneira, pensamos numa metodologia de ensinar que não provocasse uma ruptura drástica na maneira de ensino que os estudantes estavam acostumados a ter acesso. Acreditamos que isso pode causar a falta de disposição pela não compreensão do procedimento de ensino, a passagem imediata da metodologia tradicional para a abordagem significativa poderia criar uma desconexão com o meio que os estudantes estavam inseridos. Assim, achamos viável trabalhar partindo da aprendizagem mecânica para a aprendizagem significativa, pois assim os estudantes teriam uma transição mais confortável, que se daria de maneira quase que imperceptível.

Consequentemente achamos interessante o professor preparar as duas próximas etapas a partir de aulas expositivas, partindo da ideia de aprendizagem por recepção apontada em nossa fundamentação teórica por Ausubel (1980). Não estamos nos referindo a uma aprendizagem passiva, onde os estudantes não podem participar do processo de aquisição do conhecimento. Trata-se de uma

postura parecida à utilizada na metodologia tradicional, mas que difere por pontos de contextualização e acessibilidade do conhecimento de forma mais amplos.

O professor deve trazer atividades com significado pertinentes à rotina do estudante, mas com impressões de uma aprendizagem significativa. Nesse momento é aconselhável o professor inclusive usar da ideia de organizadores prévios, trazida por Ausubel (1980), para possibilitar uma interação inicial da velha informação com a nova informação; por exemplo: pensar numa rampa como plano inclinado ou sugerir o Sol como a lâmpada incandescente para explicar alguns fenômenos próprios da nossa estrela.

Após estas etapas, que tem como objetivo a ampliação da estrutura cognitiva do estudante, o professor já deve incluir situações problemas contextualizadas a partir da realidade do estudante. Nesse sentido achamos pertinente, colocar para os estudantes duas situações problemas motivadoras: 1) Como medir a altura de um objeto inacessível aos estudantes? (um reservatório de água conhecido dos estudantes e localizado no bairro Tomba na cidade de Feira de Santana, Bahia) e 2) Como medir a largura de um rio de uma margem a outra sem saber nadar? (foi simulada a passagem de um rio dentro da sala de aula). Os estudantes devem sugerir estratégias de resolver essas situações com os conhecimentos adquiridos a partir das aulas anteriores.

Outra etapa importante, que possibilita uma compreensão, por parte dos estudantes, dos aspectos históricos e filosóficos envolvidos, é construída utilizando a ideia de mapas conceituais pensada por Novak (1980) sobre a interpretação que os estudantes têm dos textos complementares usados, para uma melhor reflexão sobre o Geocentrismo e Heliocentrismo – conceitos presentes no artigo.

Por fim, montamos uma etapa de participação mais expressiva por parte dos estudantes, onde eles devem construir seminários para apresentar temas fundamentais existentes no artigo. Sendo que no último seminário, os estudantes terão que apresentar o artigo *A Geometria e as distâncias astronômicas na Grécia Antiga*, elaborado por ÁVILA (2007) (Anexo 1), utilizando-se das ideias apontadas dos seminários anteriores. Foram considerados os seguintes temas:

1. Grandezas Astronômicas e Ordem Grandeza;
2. História da Astronomia: Eratóstenes e o raio da Terra;
3. História da Astronomia: Aristarco e a distância do Sol;



4. História da Astronomia: Ptolomeu e a Distância da Terra à Lua;
5. Razões Trigonométricas x Semelhança de Triângulos;
6. A Geometria e as Distâncias Astronômicas na Grécia Antiga.

### 3.1 ÁREA DE ESTUDO

Este trabalho foi desenvolvido na área de conhecimento: Matemática e suas tecnologias. Entretanto, possui um caráter interdisciplinar ligado a área de Ciências e suas tecnologias, em particular a Astronomia.

O público-alvo escolhido foram estudantes da 2ª Série do Ensino Médio Regular, turma G, do turno matutino, do colégio Modelo Luis Eduardo Magalhães, de Feira de Santana no Estado da Bahia, com idades entre 15 e 17 anos, oriundos de diversas escolas públicas e particulares do Ensino Fundamental da região. Foram necessárias 13 aulas para aplicação da SD com o objetivo de fazer com que os estudantes compreendessem o artigo (Quadro 2).

**Quadro 2** – Quantidade de aulas referentes à aplicação da Sequência Didática

Tema	Quantidade de aulas
A Assinatura do Contrato Didático	2
Avaliação Prévia	1
Razões Trigonométricas	2
Semelhança x Congruência	2
Medição de distâncias e objetos inacessíveis	2
Leitura e Mapas conceituais	2
Seminários	2

Fonte: o autor

### 3.2 NATUREZA DA PESQUISA

Nosso trabalho, quanto ao objeto de estudo, tem um perfil de pesquisa exploratória já que é desenvolvido no sentido de esclarecer e de modificar ideias que foram postas inicialmente a partir dos aspectos da aprendizagem dos estudantes, tendo em vista a superação de dificuldades na aprendizagem. É definido, quanto a

sua natureza, por uma pesquisa qualitativa, pois propicia um aprofundamento das questões relacionadas ao fenômeno em estudo, a superação das dificuldades de aprendizagem.

Trata-se, especialmente, de um estudo de caso motivado pela possibilidade de ensino e aprendizagem por meio da utilização de um artigo científico, em que os estudantes são convidados a participar de uma Sequência Didática com o objeto final pautado na compreensão desse texto. Evidentemente, nossa pesquisa não deixa de ter um caráter de pesquisa bibliográfica já que utilizamos uma fonte de coleta de dados fundamental a partir de livros, artigos científicos e revistas.

## 4 RESULTADOS

Apresentaremos nesta seção os resultados obtidos neste trabalho de pesquisa.

### 4.1 ASSINATURA DO CONTRATO DIDÁTICO

Foi realizada uma aula dialogada entre professor (mediador) e estudantes em que foi apresentado o Contrato Didático (CD). Foi trazido à tona uma proposta de ação formativa para o 2º ciclo no sentido de informar aos estudantes um possível trabalho escolar sobre Astronomia. Assim foram dadas três opções de procedência para a construção do Ciclo 2, com as seguintes possibilidades:

1. Dois testes escritos e uma prova a partir de aulas expositivas com todos os assuntos do Ciclo;
2. Um teste escrito, uma lista de questões sobre os assuntos para que os estudantes respondessem no quadro e uma prova com os assuntos abordados durante todo o Ciclo;
3. Um teste escrito, um trabalho (Projeto) com realização de seminários pelos estudantes e uma prova incluindo todos os assuntos apresentados no ciclo.

Essa escolha foi um aspecto importante de formação do CD, no qual os estudantes foram convidados a escolher dentre uma das três opções. Os estudantes vinham mostrando interesse na formação do projeto em Astronomia comentado pelo professor no 1º Ciclo em três momentos rápidos de 10 minutos em diferentes aulas, inclusive alertados sobre a temática e o tipo de abordagem que seriam aplicados em uma possível realização.

Nós acreditamos que a própria temática envolvendo Astronomia levou os estudantes a escolher a terceira opção. Todos a consideraram uma excelente sugestão, tanto que não se manifestaram no sentido de criar uma quarta ideia ou modificar as opções sugeridas. Os estudantes pareciam completamente curiosos com o projeto, mesmo apresentando medo mais significativo sobre os seminários, já que se tratava de assuntos de Matemática e Física.

Esse foi o momento do profissional falar de que se tratava de seminários mais livres e que poderiam usar pequenos vídeos do *Youtube* envolvendo o tema do

seminário e que seu professor participaria tanto fazendo seminário quanto ajudaria nas eventuais dúvidas que pudessem ter sobre cada tema. Além do que, os seminários seriam apresentados a partir de grupos de estudantes no sentido de incentivar o trabalho em equipe e despertar atitudes de atenção e respeito que são potencialmente desenvolvidas nessa modalidade de ação.

Nesse ambiente de escolhas e compartilhamentos, os estudantes souberam que o Contrato Didático, ao qual o professor se referia, não era uma espécie de Contrato de Adesão, como aqueles criados para assinaturas de internet ou compra de uma televisão em crediário ou na aquisição de cartões de créditos, já que as cláusulas do CD poderiam ser modificadas no sentido buscar uma readaptação de ações em prol da aquisição do conhecimento e não apenas dos combinados para um bom andamento das aulas como em um contrato pedagógico.

Os estudantes foram convidados a refletir conjuntamente com o professor sobre alguns pontos desse CD. Por exemplo, os critérios de avaliação: como eles seriam avaliados? Exclusivamente pelos seminários ou provas escritas dos assuntos dos seminários e das aulas do professor para aquele projeto? Um ponto importante foi deixar os estudantes cientes e sensibilizados de que os seminários eram apenas um componente entre tantos outros do projeto e que a avaliação era processual e continuada. Nesse caso, eles poderiam ser avaliados em grupo, individualmente ou em duplas, por meio das ações solicitadas a eles durante a aplicação do projeto, inclusive por meio de um relatório de participação individual construído por eles no meio e final do projeto.

Os estudantes foram alertados desde o início de que se não quisessem participar do projeto o poderiam fazer. No entanto, os assuntos de Matemática do projeto fariam parte da prova final, como no caso dos demais estudantes, pois se tratava de assuntos do 2º Ciclo, independentemente do projeto e por isso a participação deles era quase que inevitável e importante no processo de aprendizagem, já que teriam que assistir às aulas do curso, sobretudo, do projeto. Contudo, não houve resistência por parte dos estudantes na participação no projeto e todos da turma estavam dispostos a participar. Isso ajudou muito no aceite do que estava disposto no CD ao final daquela aula dialogada e os estudantes perguntaram: “Onde eu assino professor?”. Fazendo referência ao pensamento como conjunto de

mandamentos naquela primeira aula, obviamente, estava atendido nosso propósito inicial com o CD a partir dessa colocação.

Nesse momento, o professor percebeu que o senso de responsabilidade e curiosidade pelo objetivo lançado estava se iniciando em cada estudante. Eles ficaram sabendo que para chegar à compreensão do artigo escolhido seria importante serem protagonistas de ações individuais e coletivas de todas as fases do projeto, pois todo instante seria parte de um processo continuado de saberes, aquisição de conhecimento e avaliação. O nosso CD recém-formado era, em verdade, parte de um “anticontrato”, uma vez que não se tratavam de cláusulas imutáveis.

Importante, na verdade, era os estudantes perceberem que o CD se tratava de um documento democrático, flexível e, sobretudo, informativo das ações a serem desenvolvidas nas próximas aulas, tendo as metas sido intencionalmente criadas em prol de um objetivo claro: compreender um artigo que envolvia a Matemática no contexto da Astronomia. Portanto, para mero efeito de formalidade, foi criado um modelo de CD (Apêndice 2) para que os estudantes assinassem ao final daquele momento. Tudo sobre um clima de muita tranquilidade e conscientização por parte dos estudantes, criando atmosfera de motivação e participação neste instante simbólico de convergência de ideias para início das atividades. Podemos considerar esse momento como um ancoradouro de grande relevância para as demais atividades de todo o projeto, ou seja, dar ciência de como seriam as atividades, como estas iriam ser desenvolvidas, elencar o objetivo geral e os específicos, sendo de fundamental importância para que os estudantes possam exprimir suas vontades e anseios quanto ao desenvolvimento do que se deseja realizar em sala de aula.

O CD foi inserido como ferramenta norteadora das ações a serem desenvolvidas na nossa SD. Com ele, as questões procedimentais tornam-se mais claras aos estudantes participantes e evidencia uma avaliação metacognitiva da postura do professor enquanto sujeito fundamental, que terá de pensar e mediar as próximas ações que deseja trazer para os estudantes. Ainda sobre esse ponto de vista, os aspectos de orquestração dos próximos procedimentos, que o profissional da educação trará imersos na SD poderão, inclusive, proporcionar uma aprendizagem significativa muito mais duradoura na mente do estudante. Isso ocorre devido ao processo da SD ser organizado sequencialmente e carregado de

intencionalidade com um caráter singular que pensa a inserção do sujeito que avalia como participante de todo esse processo.

Nesse contexto, o professor realiza um hábito muito importante, que é o hábito de pensar sua prática e de construir/reconstruir planejamentos em torno de objetivos muito bem delineados, pensando o sujeito enquanto protagonista da própria aprendizagem na busca do conhecimento. Para isso, parte de parâmetros idealizados a partir do diálogo constante com todos os envolvidos; o estudante é considerado como sujeito participativo desde o primeiro dia de aula, pois discute o CD e cria com o professor as premissas que irão nortear o contrato.

O CD surge do anseio de um trabalho organizado, numa proposta crítica e que reflete todas as ações a serem desenvolvidas em sala de aula com um objetivo claro de “encontrar” o conhecimento planejado de maneira pensada pelo professor sobre aspectos evidenciados a cada fase da SD e os estudantes devem estar dispostos a participar de todas as atividades criadas pelo professor. Nesse sentido, o professor deve procurar diversificar o ambiente de ensino com o objetivo de atrair os estudantes no decorrer da aplicação da Sequência Didática, sempre destacando que o objetivo primaz é a compreensão do determinado artigo pelos estudantes e isso só se faz possível com uma leitura cada vez mais criteriosa do texto.

## 4.2 AVALIAÇÃO PRÉVIA

A estratégia para essa fase foi pensada com muita cautela. A coleta de informações sobre os subsunçores presentes na estrutura cognitiva dos estudantes é de elevada relevância para utilizarmos a fundamentação teórica adotada. Essa etapa é considerada o ponto de partida estrutural da SD após o CD. Já os estudantes nessa fase resolvem questões lançadas pelo professor e pensadas no sentido de agregar os conhecimentos prévios na estrutura cognitiva dos estudantes que fazem relação com o texto base, o artigo escolhido.

No nosso caso, foi escolhido o artigo *A geometria e as distâncias astronômicas na Grécia Antiga*, do professor Geraldo Ávila (Anexo 1). Nele o professor considerou importantes os seguintes assuntos relacionados à Matemática e à Astronomia, considerados por item e seus respectivos subsunçores apontados pelos seguintes subitens:

1. Razões trigonométricas:
  - a) Ângulos;
  - b) Triângulos;
  - c) Frações;
  - d) Operações numéricas com números racionais;
  - e) Números decimais;
  - f) Seno do ângulo;
  - g) Cosseno do ângulo;
  - h) Tangente do ângulo;
  - i) Relações entre seno, cosseno e tangente.
  
2. Semelhança e Congruência de triângulos:
  - a) Ângulos;
  - b) Triângulos;
  - c) Proporção (ampliar ou reduzir dimensões);
  - d) Coeficiente de proporcionalidade;
  - e) Diferenças entre congruência e semelhança;
  - f) Relação entre lado e ângulo.
  
3. Comprimento de arco:
  - a) Ângulos;
  - b) Circunferência;
  - c) Grau;
  - d) Radianos;
  - e) Frações;
  - f) Regra de três.
  
4. História da Astronomia: Heliocentrismo x Geocentrismo:
  - a) Movimento da Lua em torno do sol;
  - b) Epíclis;
  - c) Modelo de fenômeno;
  - d) Principais nomes ligados à teoria;

- e) Época.
5. Grandezas Astronômicas (ordem de grandeza e unidades de medida importantes):
- a) Unidade de medida de comprimento;
  - b) Unidades de medida adequadas à distância entre astros;
  - c) Mudanças de unidades de medidas astronômicas;
  - d) Escala.
6. História da Astronomia (Eratóstenes e o raio da Terra):
- a) Raio;
  - b) Ângulos;
  - c) Operações com racionais;
  - d) Semelhança entre triângulos.
7. História da Astronomia (Aristarco e a distância do Sol):
- a) Ângulos;
  - b) Semelhança entre triângulos;
  - c) Proporcionalidade;
  - d) Unidades de medidas.
8. História da Astronomia (Ptolomeu e a Distância da Terra à Lua):
- a) Ângulos;
  - b) Semelhança entre triângulos;
  - c) Unidades de medida.

Nesta fase utilizamos imagens relacionadas ao tema do artigo escolhido (Apêndice 3) com o propósito de que os estudantes sintam-se menos pressionados do que com o uso de questões objetivas, por exemplo. Preferimos agir dessa forma para que o estudante se sentisse menos ansioso, sem medo de errar. A partir de perguntas objetivas ofertadas pelo professor acerca das figuras, os estudantes puderam se colocar de maneira mais livre. Como ponto de partida, a seguinte frase foi proferida pelo professor: “Eu gostaria que vocês, olhando as imagens (Apêndices



2, 3 e 4), escrevessem suas conclusões sobre qual o significado que as figuras têm para vocês com poucas palavras, ou seja, o que cada imagem representa para você?”.

Ao adotarmos uma abordagem qualitativa, não utilizamos resultados numéricos de forma exaustiva, mas sim as respostas, pensamentos e projeções dos indivíduos e isso caracteriza nossa pesquisa vinculada ao método de pesquisa exploratório. Nesse sentido, usamos uma Matriz de Referência que configura um lastro de evidências mínimo que o estudante deveria se referir sobre aquelas imagens escolhidas, o que gerou uma tabela (Apêndice 6).

Essa tentativa de relatar ou fazer o professor tomar conhecimento do disposto nas diversas estruturas cognitivas de seus estudantes representa uma fase fundamental para que o professor tenha uma visão mais ampla sobre o que seus estudantes podem desenvolver nas demais etapas da SD e o professor poderá elaborar etapas potencialmente significativas para que seus estudantes aprendam e percebam os seus desenvolvimentos, suas aprendizagens.

É interessante o professor gravar ou fazer anotações a respeito de subsunçores importantes que os estudantes já tenham conhecimento, os quais serão conceitos integradores para elaboração das próximas fases. O mediador não pode ignorar, inclusive, os componentes substitutivos dessas subsunções que os estudantes por ventura fazem referência. Este pode ser considerado como um momento definidor de estratégias do professor para desenvolver suas ações de criação e elaboração dos critérios que usa para ensinar os seus estudantes de maneira significativa. Vejamos, abaixo, a Matriz de Referência e suas implicações (Figura 1). Pela imagem, notamos que 83,33% dos estudantes destacaram o referencial que a tabela adota para esse quesito. No entanto, uma pequena parcela dos estudantes não relacionou o quesito adotado ao fenômeno relacionado a esta imagem como indicado pela Matriz Referência e, inclusive, os estudantes entre a maior porcentagem não escreveram suas ideias de maneira clara, alguns revelaram uma confusão muito significativa sobre o que queriam dizer.

Antes de expormos duas respostas em relação aos percentuais de estudantes destacados, é interessante fazer menção à segunda imagem (Figura 2), uma vez que esta foi analisada pelos estudantes no mesmo espaço para a resposta da primeira imagem. Percebemos que os estudantes não tiveram contato com nenhum

instrumento que mensurasse o ângulo de inclinação do astro com relação ao horizonte, seja um quadrante, octante, sextante, astrolábio ou qualquer equipamento que fornecesse tal medida.

**Figura 1 – Matriz de Referência utilizada no experimento**

ESTUDANTE AO VER	DEVE FAZER REFERÊNCIA	Nº DE ALUNOS
Imagem 1	• Ao aparecimento da Lua durante o dia	40
Imagem 2	• A um tipo de instrumento de medida	24
Imagem 3	• A existência de crateras na Lua	48
Imagem 4	• A Regularidade do ciclo Lunar	48
Imagem 5	• A Fases da Lua	48
Imagem 6	• As Razões Trigonométricas e distância	40

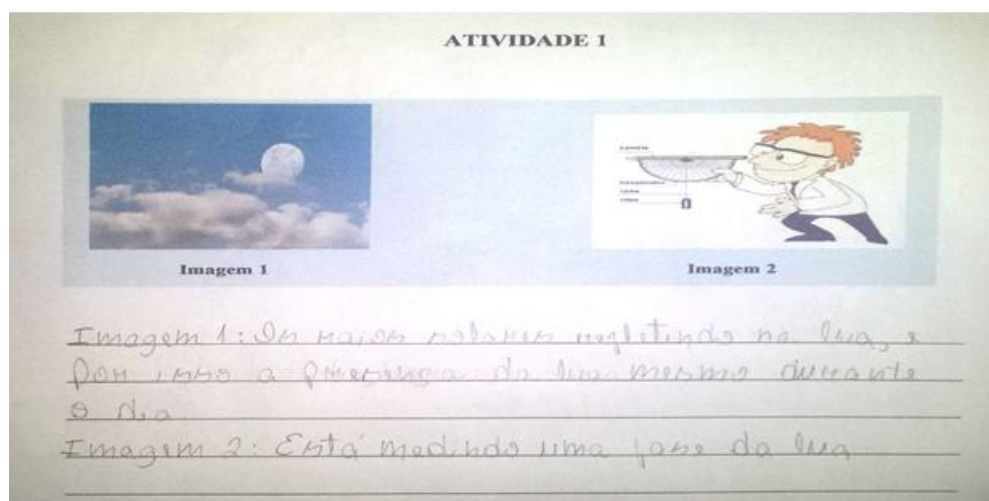
**Fonte:** o autor.

Evidentemente, o resultado não é de se espantar, pois somente poucos estudantes conheciam aqueles instrumentos. Entendemos esse fato como um sinal de que o estudante não faria uma reflexão mais extensa sobre o tipo de instrumento apresentado na imagem. No entanto, 50% conseguiram associar a imagem aos termos usados na Matriz Referência, qualificando a imagem como um instrumento de medida. Entre os 83,33% dos estudantes, é interessante destacar o caso de uma estudante em particular (Figura 2).

A estudante em questão respondeu de maneira substantiva a pergunta sobre a primeira imagem. Porém, notamos haver erro na referência gramatical à nossa Lua, nosso satélite natural, ao começar a palavra por letra minúscula – inclusive, todos os estudantes se referiram a ela dessa forma. Também, não mencionou que os raios solares incidiam sobre a Lua e estes, pelo fenômeno da reflexão,

possibilitavam que a Lua fosse vista por um observador, da mesma forma que acontece com qualquer outro objeto para ser visto, necessita-se de um ponto de emissão de luz de origem natural ou artificial.

**Figura 2** – Primeiro exemplo em relação às Imagens 1 e 2 utilizadas em nosso experimento



**Fonte:** o autor

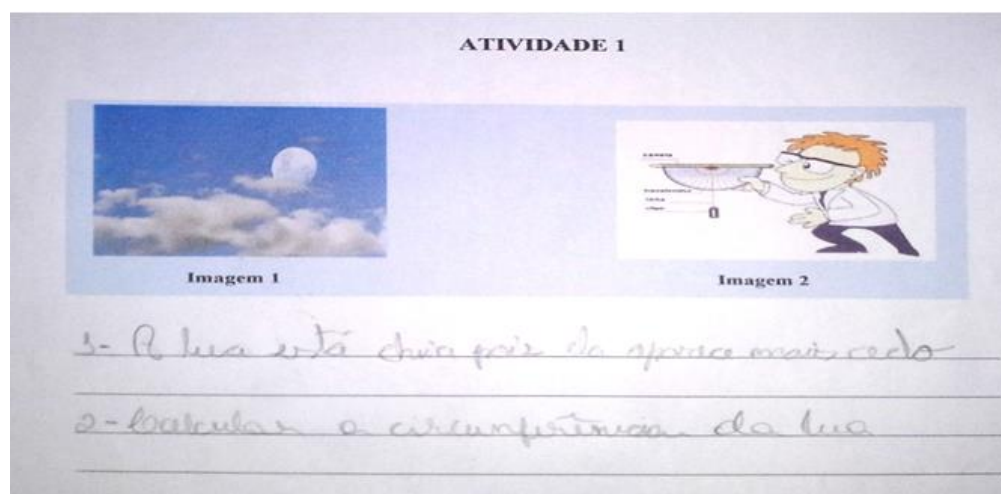
Em relação à segunda imagem, a estudante em questão percebeu que se trata de um instrumento de medida, cuja substancialidade é diferente da anterior a qual exige uma interpretação hermenêutica, porém mais expressiva por parte do corretor, no qual o estudante repete o erro gramatical ao se referir ao nosso satélite. Acreditamos que falta à estudante alguns conceitos subsunçores mais específicos do que apenas “algo que mede” ou que “está medindo” em sua estrutura cognitiva, para que se expresse de maneira mais formal em outros momentos da sua vida estudantil.

Nesse sentido, acreditamos haver a necessidade de alterar a sequência, em respeito aos conhecimentos prévios do estudante, inserindo em alguma fase de nossas ações alguma reflexão sobre o aspecto que trate os tipos de instrumentos de medidas de ângulos e que são usados na Astronomia, seja sobre o aspecto usual/atual ou meramente didático, sobretudo pensando a importância da luz para estes equipamentos. Nesse momento, o professor deve ter um olhar mais atento e que possibilite perceber nas respostas dos estudantes questões relacionadas às

imagens, mesmo que de maneira ainda não tão clara quanto desejasse – notar respostas de maneira substantiva e não apenas igual ao desejado.

Nesse pensamento, outra resposta bastante interessante é o caso de outro estudante, que se posicionou (Figura 3) sobre a primeira imagem de maneira incoerente do significado, pois sabemos que não é assim. Inicialmente. É importante esclarecer uma questão: a Lua está sempre presente no céu, tanto durante o dia quanto durante a noite. O que ocorre é que, por ela não apresentar luz própria, só é possível vê-la quando ela, de algum modo, reflete a luz do Sol. Assim, durante a fase da Lua Nova, como o Sol está iluminando o lado “oculto” do nosso satélite natural, ela não pode ser vista por nós nem durante o dia e nem durante a noite. Durante a Lua Cheia, ela só aparece no horizonte celeste quando já está anoitecendo. E mais, a Lua, durante o dia, pode ser vista sim, mas apenas durante a fase minguante ou crescente.

**Figura 3** – Segundo exemplo em relação às Imagens 1 e 2 utilizadas em nosso experimento



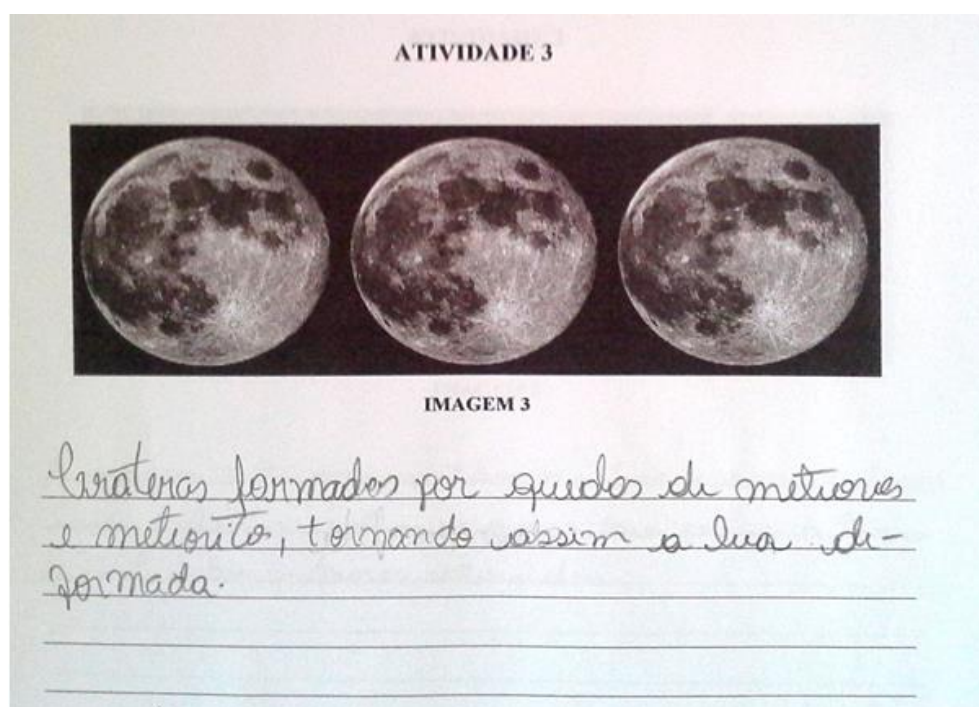
**Fonte:** o autor

O estudante tentou se pronunciar de maneira objetiva, mas incoerente com o que de fato acontece. Ele pertence ao grupo de 16,67% dos estudantes que não apontaram referência ao descrito em nossa Matriz. Podemos, inclusive, dizer que ele fez menção ao aparecimento da Lua durante o dia, mas de maneira incoerente com o conhecimento formal sobre o fenômeno.

No geral, segundo a nossa tabela, a maior parte da turma fez referência à incidência dos raios solares sobre a Lua para que pudesse ser vista como se já tivessem tido contato com conceitos relevantes ao tema por meio de aulas de Física ou outra área do conhecimento ou mesmo leituras particulares. Dentre essa maioria de 40 estudantes, 40% deles não apresentavam conhecimento sobre os instrumentos de medida apresentado na segunda imagem. Nesse sentido, pensamos ser importante uma intervenção programada, seja por meio de uma aula do professor ou usando-se alguma atividade relacionada.

Em relação à Imagem 3, 100% dos estudantes referiram-se às manchas na Lua como crateras. No entanto, ao avaliarmos esse aspecto, nós notamos a preocupação dos estudantes com a causa da formação das crateras na Lua e a maior parte dos estudantes se posicionaram sobre a versão do choque por asteroides na superfície da Lua. Entre eles, uma resposta nos chamou bastante atenção (Figura 4):

**Figura 4** – Exemplo em relação à Imagem 3 utilizada em nosso experimento



**Fonte:** o autor

Há uma confusão entre as palavras e o significado de cometas, asteroides, meteoroides, meteoros, meteoritos, que pode ser sanado por meio de uma atividade



sobre o tema ou com aula dialogada sobre como os estudantes pensam esses conceitos. Importante repensar esses erros conceituais apontados pelos estudantes. Caso contrário, eles podem se associar a outros conceitos da estrutura cognitiva do estudante ao ponto de gerar subsunçores consistentes, mas sem fundamentação verdadeira, gerando confusão. É necessário, também, chamar a atenção dos estudantes sobre o formato geóide da Lua, para que os estudantes possam ter a possibilidade de ampliar seus subsunçores relacionados ao nosso satélite e inclusive mudar de posição ou melhorar a ideia de “lua deformada” trazida à baila por eles.

Nas inferências sobre a Imagem 4 (Figura 5), assim como com a imagem 3, 100% dos estudantes apontaram uma certa regularidade do aparecimento das quatro principais fases. No entanto, ninguém apontou que estas são apenas as principais apontadas nos livros e não indicaram fases intermediárias de uma fase para outra, no sentido de romper com a ideia da existência de apenas quatro fases em todo o ciclo lunar. Importante, inclusive para destacar a formação desses calendários e esclarecer sobre o que adotamos no cotidiano. Nessa análise, apontamos uma resposta que é seguida pela maioria dos estudantes (Figura 5):

**Figura 5** – Exemplo em relação à imagem 4 utilizada em nosso experimento

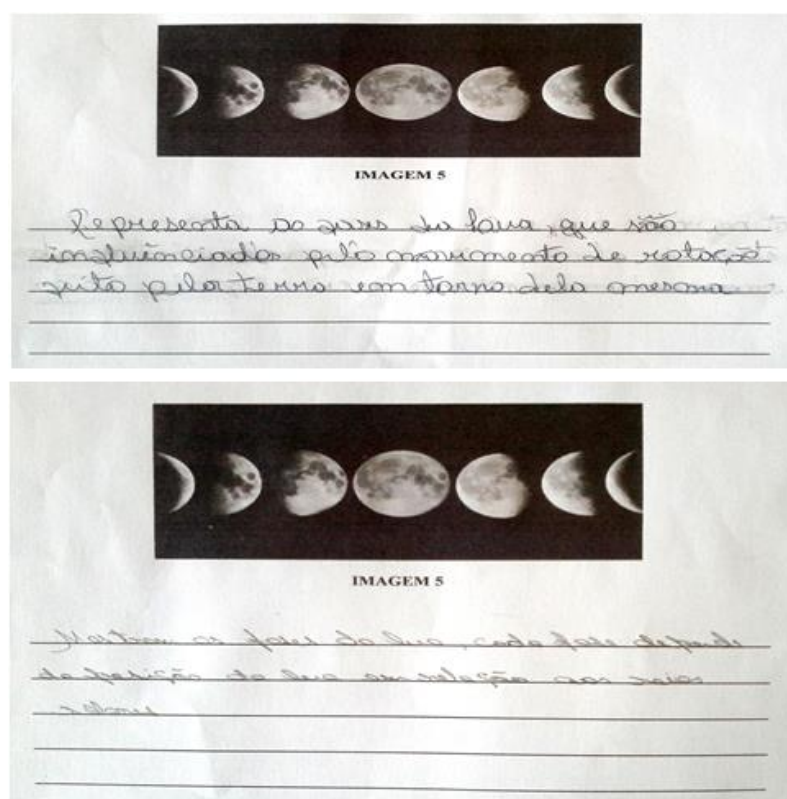


Fonte: o autor

Na imagem 4, o estudante consegue expressar a ideia de regularidade apontada no calendário. No entanto, em confronto com as demais respostas, foi necessário criar uma atividade sobre calendários para tentar delinear melhor as informações desejáveis ao se refletir sobre o tema. As imagens até aqui tratadas apontam, talvez, pontos um pouco afastados com o objetivo central do artigo. Nesse momento, contudo, o papel do professor é não ficar omissos diante dos resultados apontados.

Outra imagem pensada para analisar os subsunçores presentes na estrutura cognitiva dos estudantes foi a Imagem 5 (Figura 6), a qual faz correspondência ao subsunçor “fases da Lua” por intermédio da nossa Matriz de correspondência mínima. Nesse sentido, 100% dos estudantes apontaram a imagem ao referido na Matriz. No entanto, percebemos uma confusão entre as ideias expressas pelos estudantes sobre o que provocava as fases da Lua. Nessa divergência de ideias, destacaram-se dois exemplos de respostas que divergem a respeito disso, apesar de fazerem referência ao ponto elencado na Matriz. Vejamos (Figura 6):

**Figura 6** – Exemplos em relação à imagem 5 utilizada em nosso experimento



Fonte: o autor

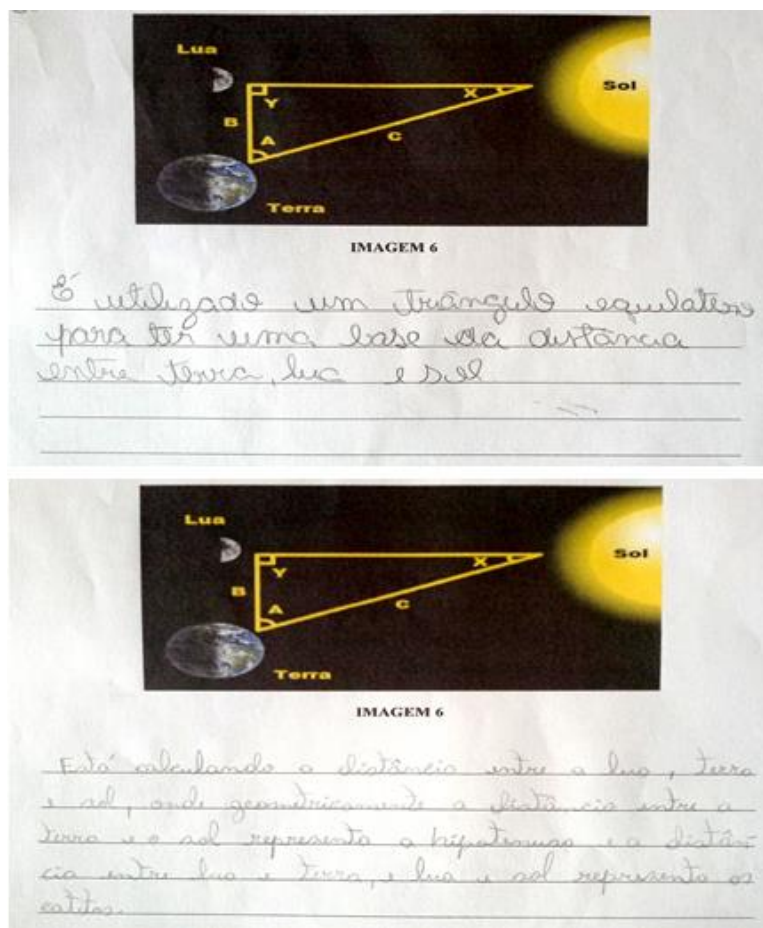
Notemos que na primeira imagem apontada como exemplo, o estudante responsabiliza como agente causador do efeito das fases da Lua o movimento que a Terra realiza sobre seu próprio eixo. Já na resposta seguinte, outro estudante infere que o agente causador desse efeito é a posição da Lua em relação aos raios solares. Por meio de um critério hermenêutico, chegamos à conclusão de que o estudante refere-se a algum tipo de movimento que a Lua realiza. De certa maneira, tudo isso faz o professor pensar sobre alguma situação de ensino que possibilite o estudante repensar e modificar suas dificuldades sobre o tema, com o intuito de adequá-lo à realidade que será envolvida por meio das discussões sobre o artigo. Inclusive, pensamos na montagem de uma luneta para que os estudantes venham fazer observações do nosso satélite.

A última imagem relacionada à nossa pergunta tem um propósito bem específico: perceber o quanto os estudantes associam a importância das razões trigonométricas para o cálculo de distâncias e medidas de objetos inacessíveis. Nessa perspectiva, esperava-se que o estudante ao analisar a Imagem 6 (Figura 7), além de apresentar os subsunçores elencados na tabela, também indicasse nessa imagem contextualizada “c” como a distância entre a Terra e o Sol e, possivelmente, mostrasse a necessidade do ângulo para determinação dessa medida c. Nesse sentido, apontamos duas imagens que se destacaram nessa abordagem (Figura 7).

Evidentemente, o professor deve chamar à atenção sobre a utilização de imagens com escalas fora do padrão, mas com utilização de sentido didático interessante. 83,33% dos estudantes se atentaram aos termos elencados na Matriz de Referência para esse item. É relevante o professor trazer informações pertinentes sobre o assunto, ao ponto de chamar os estudantes à reflexão de como as razões trigonométricas podem ser fundamentais numa abordagem prática e, sobretudo, para possibilitar a compreensão sobre pontos relevantes do tema que o artigo escolhido trata.



**Figura 7** – Exemplos em relação à imagem 6 utilizada em nosso experimento



**Fonte:** o autor

Notemos que o primeiro estudante classifica o triângulo da figura como equilátero, mesmo com o destaque de um dos seus ângulos ser de  $90^\circ$  e com lados visivelmente de medidas desiguais. Diferentemente, da percepção do segundo estudante que mostra claramente a presença de uma estrutura cognitiva mais ampla que o estudante da primeira resposta no que tange ao item. Tudo indica que este estudante teve um contato com subsunçores relacionados ao tema, de uma maneira potencialmente mais abrangente do que o estudante anterior. Isso proporcionou uma Aprendizagem Significativa acerca de muitos conceitos abordados na temática devido aos pontos levantados na sua descritiva, tais como percepção de catetos, hipotenusa do triângulo; percebeu os ângulos e medidas de lados, além de associar um lado a uma medida pretendida pela imagem.

Partindo de uma abordagem hermenêutica, podemos notar que o estudante, inicialmente, sabia que se tratava de um triângulo retângulo. No entanto, não

conseguiu relacionar suas identificações aos conceitos mais específicos, como seno, cosseno ou tangente. É necessário destacar que esses estudantes tiveram um contato com o assunto no curso de geometria do 1º do Ensino Médio. No entanto, concluímos ser inevitável a retomada desse assunto.

Em uma última avaliação sobre os aspectos iniciais que o professor deve tomar conhecimento, foi aplicado um pequeno teste com 5 perguntas, uma espécie de pré-teste (Anexo 8), e por meio de uma análise sistemática dos dados fornecidos pelos estudantes, nos quais não apresentaram conhecimento suficiente para diferenciar congruência de semelhança entre triângulos. Na análise dos dados, isso significa que 100% da turma não sabe classificar dois triângulos como congruentes ou semelhantes, inclusive não apontaram critério algum de congruência ou semelhança para relacionar triângulos. Ressaltamos que os estudantes têm aulas de geometria plana no 1º Ano do Ensino Médio, o que pode ser percebido analisando o plano de aula para esta série em que aparecem os assuntos.

Outra informação que merece destaque é que 100% dos estudantes não apontaram qualquer contribuição para a Ciência por Eratóstenes, Aristarco ou Ptolomeu. No entanto, 62,5% deles já ouviram falar sobre esses personagens históricos, seja com professores do Ensino Fundamental ou disciplinas de Filosofia, Física ou História. Nesse sentido, ficou decidido que os seminários não seriam apenas preparados pelos estudantes, mas também pelo professor que começaria ministrando aulas, respectivamente, sobre: Razões Trigonométricas; Heliocentrismo e Geocentrismo; e Triângulos Semelhantes e Congruentes.

Cada aula seria construída de acordo com a proposta inicial da SD, fugindo da proposta tradicional, onde o professor possui um roteiro já definido e estruturado por ele no perfil final e imutável e em uma lógica quase que exclusiva de exposição de conteúdo, na qual ele ensina por meio de aulas expositivas sem muita interação dos estudantes. A ideia é utilizar de componentes prévios para que o estudante possa se envolver com os conteúdos dessas aulas, em uma perspectiva diferente das demais do ano letivo, partindo ou utilizando exemplos mais contextualizados.

Nessa lógica, acreditamos em uma ampliação da estrutura cognitiva dos estudantes em virtude da utilização de uma metodologia mais próxima do estudante e com a finalidade destes compreenderem conceitos potencialmente importantes à sua estrutura cognitiva. Evidentemente, nesse tipo de abordagem o estudante tende

a não ficar tão ansioso e demonstra uma motivação mais ampla pelo que está aprendendo naquela aula. Há uma participação mais efetiva do estudante e acaba percebendo o quanto é relevante a sua presença no ambiente escolar para acompanhar sua aprendizagem.

O professor deve criar um ambiente de diálogo constante, tornando a sala de aula um lugar de criatividade e motivacional, onde o estudante se sinta bem estando ali. As atividades devem ser pautadas com intenção da amplificação da estrutura cognitiva de cada estudante que a princípio pode não ser uma tarefa fácil. Mas, no decorrer das atividades tanto professor quanto estudantes percebem o desenvolvimento do grupo.

É importante o professor reconhecer seu papel quanto educador e refletir suas práticas no decorrer da sua SD. Ele é o idealizador e efetivador de todo o processo. Buscar o sucesso das etapas da sequência atribui ao professor um destaque de notoriedade na metodologia de ensino; sua participação é tão preciosa quanto a dos estudantes para o processo de ensino e aprendizagem que se dará com sua programação e posicionamentos pessoais.

#### 4.3 AULAS SOBRE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

A aprendizagem se dá por uma espécie de contínuo, construído por meio de um fluxo entre a Aprendizagem Mecânica e Aprendizagem Significativa. Isso é possibilitado por variedades de exposições e metodologias que o professor pode utilizar para construir suas aulas e tem como finalidade principal conquistar a atenção estudantil para o que está sendo ensinado naquele momento.

Foi uma preferência não começar a aula de maneira tão diferente da abordagem já conhecida pelos estudantes, pois poderia criar falsas expectativas. Não temos o propósito de hierarquizar uma metodologia de ensino como melhor ou pior para aprendizagem do estudante. Desta maneira, nós decidimos começar a aula por meio de uma abordagem próxima ao que o estudante está acostumado a participar, no formato de aulas expositivas onde o professor apresenta o conteúdo com seus conceitos relevantes e a sua escolha.

O professor, usando o pincel e o quadro branco, apresentou uma aula sobre seno, cosseno e tangente. A seguir, desenhou um triângulo retângulo no quadro e

usou apenas cores diferentes de pincel para se referir às medidas dos lados e ângulos desse triângulo. O principal sentido da aula foi apresentar ao estudante as razões formadas pelas medidas dos lados do triângulo que constituem o seno, o cosseno e a tangente, a partir de um de seus ângulos agudos.

Em seguida, foi apresentada ao estudante uma lista de exercícios sobre o tema (Apêndice 8), a qual pôde ser respondida com a ideia similar apresentada pelo professor durante a exposição do conteúdo. Notamos que nesse momento, o professor mostrou ao estudante a medida de cada lado da figura definido por uma letra diferente, assim como geralmente os livros didáticos trazem a informação.

A lista continha 12 questões, a partir da qual o professor pediu aos estudantes que respondessem as três primeiras questões em sala de aula e, em seguida, estas seriam corrigidas em sala de aula pelo professor ou por algum estudante com a disposição para tal. Dois dos estudantes, responderam as duas primeiras e o professor ficou a cargo da terceira, a qual os estudantes apontaram dificuldade na solução. As demais questões, os estudantes levaram para casa para trazer respondida na aula seguinte e entregar ao professor.

Nesse mesmo dia, por se tratar de uma aula de 50 minutos, o professor sugeriu um problema a partir de uma pequena história contada aos estudantes. Juntos, professor e estudantes teriam que propor uma solução satisfatória àquela situação-problema oralmente expressa. Foi perguntado aos estudantes se eles sabiam algo acerca de uma caixa d'água de grandes dimensões bem conhecida em Feira de Santana, no bairro Tomba. Nesse instante, mostramos uma foto (Figura 8) e grande parte dos estudantes respondeu que conhecia.

Em seguida, perguntamos aos estudantes se havia uma maneira de calcular a altura da caixa, usando o assunto que tínhamos acabado de estudar.

Em um primeiro momento, os estudantes ficaram silenciosos por alguns segundos. Uma estudante, curiosa, disse: "Mas como? É possível?". Nesse instante, percebemos que eles não estavam preparados para questões com contextualização.

Sugestões foram dadas: a primeira foi que era necessária a presença de ângulos, uma vez que era para ser usado o assunto para responder a pergunta.

Eles, então, confirmaram a necessidade. Houve silêncio da turma novamente por uns segundos e, então, pedimos que olhassem as questões da lista no sentido de eles identificassem alguma relação do problema com algumas delas. No entanto,

como faltavam 5 minutos para o final da aula, deixamos como reflexão para casa. No nosso entendimento, percebemos ser melhor pôr o problema primeiro e depois expor o conteúdo.

**Figura 8** – Caixa d'água localizada no bairro Tomba, Feira de Santana (BA)



Fonte: [www.carlosgeilson.com.br](http://www.carlosgeilson.com.br)

#### 4.4 AULA SOBRE SEMELHANÇA X CONGRUÊNCIA

Após as atividades da lista feitas pelos estudantes e entregues ao professor no início da aula seguinte, o professor questionou os estudantes sobre o problema da caixa d'água. Alguns dos estudantes disseram que se tratava da terceira questão da lista entregue, mas que havia a necessidade de dois ângulos. Nossa resposta foi que sim, de haver a necessidade de dois ângulos, pois não tínhamos como medir diretamente a caixa e que eles poderiam sugerir dois ângulos, já que não tínhamos nenhum instrumento para medir ângulos naquela circunstância.

O professor pediu aos estudantes que pensassem um pouco mais sobre a questão e, em clima de curiosidade, ele começa a aula do quarto momento, no caso, a segunda aula do professor, tratando sobre Semelhança e Congruência de triângulos. Nesse sentido, o professor entregou dois materiais escritos da Revista

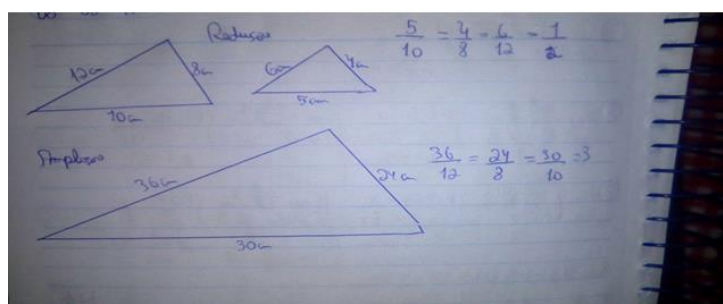
Digital Abril Educação que faziam referência aos casos de semelhança e critérios de congruência (Anexo 10).

Primeiramente, discutimos os casos de semelhança, dando exemplos no quadro de dois triângulos que seriam semelhantes. No entanto, após tratarmos o primeiro material distribuído aos estudantes por meio de leitura e debates, o professor questionou se um dado triângulo era semelhante sem desenhar o outro a ser comparado. Ninguém se pronunciou entre os estudantes; então em seguida o professor distribuiu a atividade sobre o tema e daí os estudantes perceberam que eram aos pares.

Nesse instante, o professor alertou a turma que só era possível dizer pelo menos aos pares de triângulos se seriam semelhantes, ou seja, dizer que dois triângulos são semelhantes só seria possível de houvesse ao menos dois. Em seguida, os estudantes foram convidados a pensar sobre o coeficiente de proporcionalidade que é a razão entre lados correspondentes de dois triângulos semelhantes.

Conseqüentemente, ainda pensamos como seriam os valores para esse coeficiente ao desejar ampliar ou reduzir a figura. No sentido de pensar o coeficiente de proporcionalidade adequado na busca por um triângulo semelhante com dimensões ampliadas ou reduzidas e como este coeficiente implica na medida de seus lados. O professor trouxe para a sala exemplos de triângulos semelhantes e pediu aos estudantes que determinassem os coeficientes de semelhança desses triângulos. Percebemos aqui que, dados três triângulos semelhantes, como as medidas dos lados se comportavam ao ampliar ou reduzir um dado triângulo, como aparece nas anotações de uma estudante (Figura 9).

**Figura 9** – Exercício aplicado entre os estudantes: exemplos de triângulos semelhantes



Fonte: o autor

Em seguida, foi pedido que os estudantes respondessem à atividade que consta do Apêndice 9. Houve 100% de acertos por parte dos estudantes sobre qual critério de semelhança caracterizavam os pares de triângulos como semelhantes. Nesse mesmo dia de aula, analisamos os critérios de semelhança por meio de leitura, interpretação e exemplos. Nesse momento, foi chamada a atenção sobre o aspecto que indica que dois triângulos são congruentes por um de seus critérios de congruência. Entretanto, se dois triângulos são congruentes é um caso de semelhança cujo coeficiente de proporcionalidade é 1 (um).

Como nesse dia foram duas aulas de 50 minutos, foi levantada uma avaliação sobre uma questão contextualizada. A questão foi: “Como encontrar o largura de um rio, de uma margem a outra, usando semelhança de triângulos?”. Criamos uma situação simulando um rio, conforme a Figura 10.

**Figura 10** – Avaliação contextualizada em sala de aula, simulando um rio



**Fonte:** o autor

Conjuntamente, professor e estudantes foram reescrevendo o modelo que podia ser expresso no quadro branco (Figura 11).



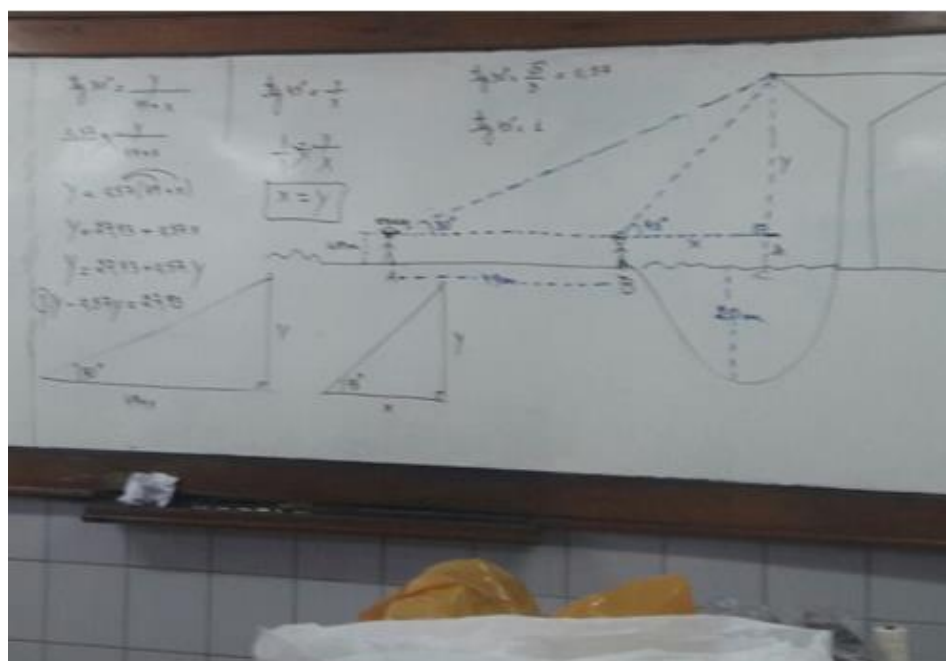
**Figura 11** – Professor responsável esquematizando o exercício da “simulação do rio”



**Fonte:** o autor

Na sequência, usamos um rolo barbante, um par de esquadros e uma trena e fita adesiva para esquematizar os ensinamentos sobre Semelhança de Triângulo da aula (posteriormente, a atividade será melhor detalhada). Houve tempo, ainda, para repensarmos a questão da história da caixa d'água contada na aula sobre razões trigonométricas. A resposta alcançada pode ser evidenciada na Figura 12.

**Figura 12** – Atividade sobre razões trigonométricas



**Fonte:** o autor



Esse momento foi finalizado com o pedido para que os estudantes fizessem uma simulação, por meio de uma maquete ou cartaz, das situações já pensadas em sala de aula – tanto da simulação sobre a largura de um rio, de uma borda outra, quanto do problema da altura da caixa d'água. A atividade culminou com a produção de um pequeno vídeo. A aula seguinte se deu com sete dias, e foi realizada por grupos formados a partir dos 48 estudantes (6 grupos).

#### 4.5 MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS E DE OBJETOS INACESSÍVEIS

Após as duas aulas preparadas pelo professor em dois momentos anteriores, foi possível fortalecer os subsunçores desejáveis nos estudantes, no sentido de torná-los mais amplos e mais associáveis em sua estrutura cognitiva. A partir das ações desenvolvidas pelo professor de maneira intencional, os estudantes foram capazes de construir maquetes que simulassem as situações compartilhadas em sala de aula (Figura 13).

**Figura 13** – Maquetes construídas pelos estudantes, simulando situações compartilhadas em sala de aula



Fonte: o autor

Em continuidade a essa atividade, os estudantes explicaram oralmente, em uma hora-aula, as suas maquetes sob os aspectos dos assuntos de destaque discutidos em aula anteriores. Indicaram a necessidade de um instrumento de medida para ângulos para resolver problemas que envolvam a descoberta da altura de objetos inacessíveis, assim como é necessário para descobrir o ângulo de inclinação de uma estrela em relação ao horizonte, já pensando em aspectos que trataremos *a posteriori* mais relacionados aos conteúdos de Astronomia e vinculados ao artigo escolhido.

Os estudantes perceberam a importância de se estudar a semelhança de triângulos em situações que necessitem descobrir uma distância desconhecida, como no caso da descoberta da largura do rio, de uma borda a outra, idealizado em cada maquete. Eles passaram a associar a Matemática a essas situações de aprendizagem, relevantes para seu cotidiano. Em suma, trata-se de situações contextualizadas que motivam os estudantes a utilizar a Matemática com mais acessibilidade sobre os conteúdos pertinentes das suas estruturas cognitivas.

Muitas vezes, notamos que a Matemática foi mais prazerosa de se estudar em relação a outros momentos de aula, fora das ações propostas pela nossa SD, direcionada à compreensão do artigo definido e à difusão da Astronomia por agregação de subsunçores, potencialmente mais próximos ao estudante num primeiro momento. Esse é um possível caminho para desenvolver as abstrações necessárias dos estudantes, em prol de uma leitura mais criteriosa e inteligível, sobre aspectos do artigo e da apropriação dos conhecimentos nele contidos.

Nessa fase de aplicação, os estudantes foram convidados, também, para realizar uma atividade fora da sala da aula que consistiu em calcular o comprimento de algumas partes da escola ou do tamanho de alguns objetos que estavam dentro da escola. Entretanto, de certa forma, não era possível medir por meio de uma trena. Os estudantes foram requisitados, então, a fazer medições dos ângulos de inclinação com o horizonte relacionado à cada objeto solicitado pelo professor, especialmente, utilizando alguns instrumentos de medida construídos pelo professor.

Os estudantes, separados em grupos, de posse de uma trena e desse instrumento (um astrolábio caseiro), conseguiram fazer as anotações necessárias para elaborar a estratégia de esboçar uma figura abstrata, e determinar a medida do

comprimento dos objetos elencados pelo professor. Assim, em conjunto, criaram uma estratégia de separação das tarefas que cada componente do grupo iria realizar.

Eles realmente realizaram as ações com comprometimento e seriedade necessários para o êxito da atividade. Era nítido ao professor que os estudantes realizaram com competência todos os cálculos necessários para produzir as respostas solicitadas (Figura 14). Entretanto, é evidente que o mesmo deve ficar atento à postura dos estudantes para observar tudo, as atitudes e habilidades, para fazer suas anotações sobre o desempenho de cada estudante e tirar suas conclusões para uma avaliação personalizada.

Os estudantes mostraram concentração e compromisso por todas as ações realizadas, do início ao fim, animados e interessados pelos detalhes necessários para que os cálculos tivessem uma melhor precisão, já que foi revelado antecipadamente que vibrações e imperfeições na construção do instrumento de medida interferiam na precisão das medidas. Todos os cálculos foram levados para a sala de aula com a finalidade de se determinar uma média dentre os oito grupos que fizeram as contas e participaram da atividade.

**Figura 14** – Estudantes em atividades propostas pelo professor

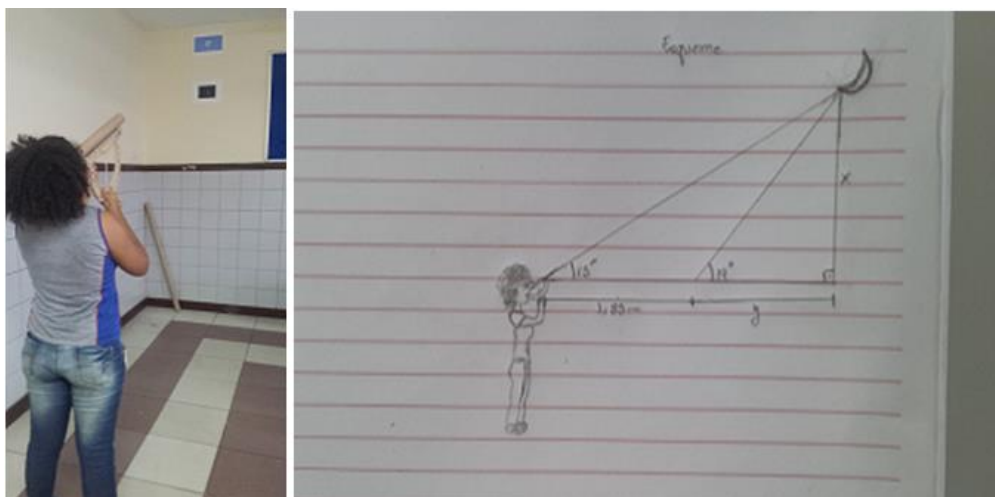


Fonte: o autor

O papel do professor está em, além de organizar a atividade, proporcionar um ambiente agradável e rico de ações em que o estudante se sinta motivado a participar. Evidentemente, tirando do estudante a ideia de que o professor está ao seu lado exclusivamente para avaliar e atribuir uma nota classificatória. Esse objetivo está totalmente distante dos critérios que a Aprendizagem Significativa propõe para que a aula tenha êxito e o estudante possa ampliar sua estrutura cognitiva.

Toda essa disposição partiu da sala de aula, onde os estudantes foram solicitados a utilizar o instrumento de medida trazido pelo professor, onde as ações dos estudantes ajudaram o professor a detectar um problema recorrente. Isso geralmente aconteceu quando o estudante foi solicitado a determinar a altura de um objeto em relação ao horizonte, em que deveria considerar a altura do observador (Figura 15).

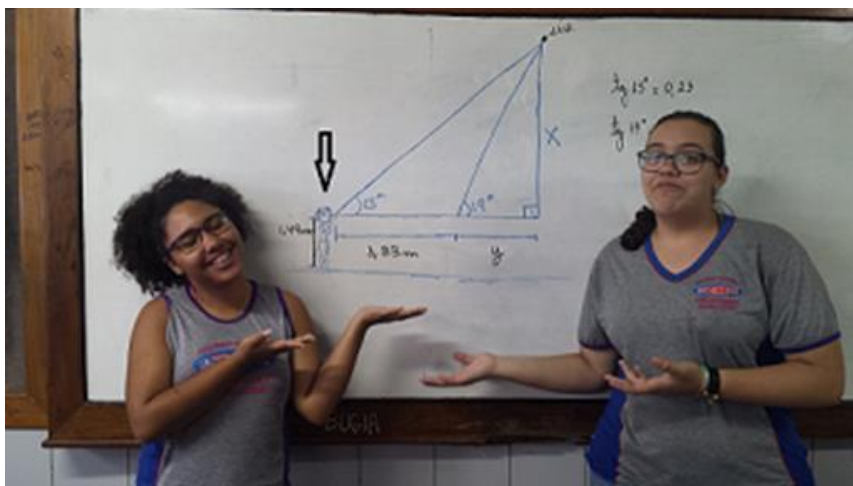
**Figura 15** – Estudante realizando medidas, e esquema montado por uma estudante



**Fonte:** o autor

A partir da indagação do professor sobre o que estava faltando para que os cálculos pudessem estar adequados à situação-problema, muitos estudantes responderam de maneira uníssona que faltava a altura do observador a ser considerada. O professor solicitou aos estudantes que acrescentassem esse detalhe importante no esquema desenhado nos seus cadernos. A seguir, foi solicitado para os estudantes sobre quem teria a disposição de fazer o esquema no quadro com a ajuda da classe (Figura 16).

**Figura 16** – Estudantes desenhando o esquema



**Fonte:** o autor

As estudantes se levantaram de suas carteiras e foram ao quadro representar o esquema de maneira mais completa, atitude que jamais foi realizada, com a mesma solicitação, no primeiro ciclo do mesmo ano letivo, antes da aplicação da SD. Um ganho enorme, pois, além deles aprenderem trabalhar em grupo, os estudantes começaram a ter a postura de tomada de iniciativa muito mais evidente nas demais atividades.

#### 4.6 LEITURAS X MAPAS CONCEITUAIS

Nesse momento, foi utilizada a ideia trazida dos Mapas Conceituais (MC) de Novak, no sentido de potencializar a compreensão sobre o material adotado nessa fase. Escolhemos compartilhar um texto que traz informação sobre o Heliocentrismo e Geocentrismo (Anexo 12), disponibilizando um amplo debate em sala de aula, sobre o ponto de vista histórico e conceitual abordado ao longo dos séculos. Inclusive, apontando descobertas importantes de alguns personagens da Astronomia e que aparecem citadas no artigo adotado como objeto de análise base de todas as ações da nossa SD.

Os MC contribuíram no sentido do professor avaliar a compreensão de cada estudante sobre os conhecimentos abordados em cada texto, possibilitando até mesmo um *link* de convergência entre as obras. Apesar de cada estudante realizar a

construção do seu MC e pensando na ampliação do diálogo com a interação entre os estudantes, decidimos trabalhar com a sala dividida em grupos, com a intenção de propiciar o debate e confronto de ideias em busca da definição de um mapa conceitual que representasse, de certa maneira, as ideias do grupo de maneira mais ampliada.

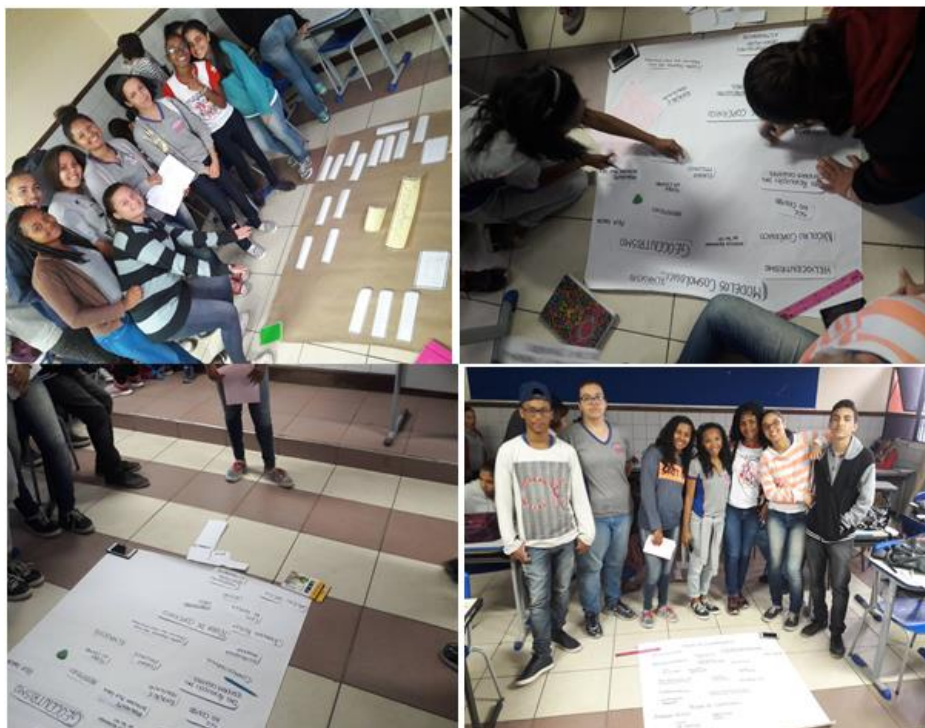
Foi necessário que o professor esclarecesse informações sobre os MC, e propusesse um estudo de literatura extraclasse sobre estes. Inclusive, indicar vídeos sobre o tema. Esses MC foram solicitados com ideal de realização de síntese textual pelo estudante. Buscamos, assim, por meio do diálogo entre os estudantes, e da apresentação dos seus MC, uma compreensão melhor de como o estudante participava e entendia as informações apresentadas por cada texto. O resultado foi tão impressionante que a todo instante o estudante se posicionava de maneira mais clara sobre o entendimento do material estudado, e o professor percebia o trato das informações disponibilizadas pelo estudante por meio da apresentação de cada MC.

Tal abordagem foi muito significativa, uma vez que se trata de uma abordagem qualitativa de avaliação, que possibilitou ao estudante um discurso mais aprimorado com base em uma linguagem formal, por meio do desenvolvimento de uma oralidade muito mais consistente, diálogo lógico de ideias, pois o estudante precisou se preparar mais para criar e explicar os aspectos elencados no seu MC. Assim, houve a abstração de ideias para se posicionar enquanto protagonista na busca do conhecimento. Na Figura 17 temos os estudantes ao exporem seus MC, a partir da escolha dialogada pelos participantes do grupo.

Notamos que alguns mapas estavam dispostos mais amplamente que outros. Contudo, ficou evidente que as produções contemplavam a maneira nova de abordagem do conteúdo e possibilitou o professor dialogar sobre os aspectos relevantes dos textos que o estudante se debruçou. O estudante, por meio dessa abordagem textual, conseguiu identificar os aspectos relevantes da leitura e concretizou uma síntese mais objetiva do texto.



**Figura 17** – Estudantes expondo os mapas conceituais elaborados



Fonte: o autor

#### 4.7 OS SEMINÁRIOS

A primeira participação dos estudantes rumo à compreensão do artigo *Aristarco e distância do Sol*, teve como ideia intrínseca a cordialidade com a atmosfera histórica do texto. O objetivo foi levar os estudantes à reflexão sobre a biografia de Aristarco de Samos e destacar os aspectos históricos que nos levaram a questionar sobre afirmações consolidadas pela igreja na época. Tais questionamentos foram passando de geração em geração até chegarmos aos desdobramentos que temos hoje sobre a Astronomia, apontados, inclusive, no artigo. Neste viés, podemos dizer que o texto, nesse quesito, é um resumo. Por isso, foi solicitada ao estudante uma pesquisa colaborativa sobre o próprio Aristarco em outros materiais complementares, mas estes se mostraram bastante superficiais devido aos registros existentes e a maneira que foram compartilhados.

Estes materiais complementares, no entanto, foram suficientes para o propósito desejado no nível de Ensino Médio, e se mostraram bem úteis para que o grupo realizasse o seu seminário em sala de aula para os demais estudantes e professor. Inclusive, podemos, enquanto mediador, destacar que as intervenções

deste devem ser apenas no sentido de encorajar e conscientizar os estudantes sobre a importância do silêncio.

É interessante que as questões de afetividade estejam bem resolvidas, já que Ausubel aponta que as questões de ansiedade podem criar barreiras à aquisição de uma aprendizagem significativa. Nesse sentido, o professor apenas deve apontar uma questão de ordem e relatar sobre o respeito durante a apresentação dos colegas, como, também, não se pode criar uma atmosfera de hostilidade por parte do professor, uma vez que pode atrapalhar o rendimento do grupo e compreensão dos demais estudantes.

Acreditamos que o professor deva deixar fluir ao máximo o diálogo a respeito do tema durante o seminário e permitir que os estudantes possam perguntar ao final da apresentação, a partir de anotações. Observamos que o tempo de exposição de uma aula, para a aplicação do seminário, foi necessário, visto o desejo dos estudantes em mostrar tudo que aprenderam, associaram e pesquisaram para sua plateia.

Foi solicitado que os próprios estudantes do grupo gravassem a apresentação, o que aconteceu na forma de revezamento dos componentes do grupo. Os estudantes usaram a estratégia de cada um falar de maneira isolada sobre sua parte. Apesar da impressão de que seria meio fragmentado o discurso dentro seminário, pelo contrário, eles pareciam estar preparados, pois, algumas vezes, foi percebido que um complementava a fala do outro quando surgia um diálogo mais retido de algum componente.

A sensibilidade e maturidade do professor para aplicar uma SD, fundamentada nos princípios de Aprendizagem Significativa, é fundamental para que o professor não deixe de analisar qualquer comportamento trazido pelo estudante, pois toda ação deste pode representar uma maneira particular de compreensão que deverá ser discutida e trazida à tona novamente pelo professor. Na Figura 18 observamos o grupo que tratou as questões iniciais trazidas por Aristarco por intermédio do artigo: trata-se da primeira apresentação entre os seminários.



**Figura 18** – Grupo tratando de questões iniciais trazidas por Aristarco, por meio do artigo



**Fonte:** o autor

Os seminários discutiram, em essência, a maneira como os estudantes compreenderam as questões trazidas pelo professor nas aulas passadas e, porventura, puderam fazer uma representação sobre o tema, de forma menos criteriosa. Nessa abordagem, as correções deverão ser inevitáveis e realizadas a partir das gravações solicitadas em uma aula seguinte, para que as impressões persistentes sejam discutidas e refletidas novamente pelos estudantes.

O professor deve ter o conhecimento de que, dentro da Teoria da Aprendizagem Significativa, o novo material só é apreendido quando o novo material é potencialmente relacionável com conceitos relevantes da estrutura cognitiva do estudante. Sendo assim, o novo material para alguns estudantes não pode trazer conexões confusas. Caso contrário, o estudante ampliaria sua estrutura cognitiva com contradições provocando a sensação de que o material que se estuda seja confuso. Dessa maneira, a partir das anotações do professor, que detectou possíveis más interpretações persistentes em conceitos, estas devem ser retomadas e esclarecidas ao estudante. É cauteloso discutir com os estudantes estes conceitos de maneira mais clara utilizando-se possivelmente de organizadores prévios até que este novo conceito venha a ser incluído na estrutura cognitiva desse jovem.

Antes de fazermos referência ao segundo seminário, *Eratóstenes e o raio da Terra*, observamos que não foi seguido um movimento linear dos acontecimentos do artigo, para desenvolvimento das apresentações. Isso ocorreu porque o desejo do

professor era que os estudantes percebessem a necessidade de um tema para o outro. Além disso, notamos que os relatos das descobertas desses estudiosos ao longo dos tempos, abordados no artigo, eram imprecisos. As informações deles obtidas foram conseguidas de citações em outras obras, em outras épocas e contextos, onde algumas impressões dos autores poderiam trazer uma espécie de contribuição ou alteração no próprio conteúdo reproduzido.

Os estudantes desse grupo abordaram em sua apresentação o princípio da propagação retilínea da luz. Segundo tal conceito, a luz se propaga em linha reta, na perspectiva de elucidar o valor do raio da Terra, usando a ideia de ângulo, comprimento da circunferência, medida do arco. No artigo, um pequeno texto pode descrever melhor esse desafio:

Foi Eratóstenes (276-196 a. C.), outro sábio de Alexandria, quem fez o cálculo do raio da Terra mais célebre da antiguidade. Era sabido que quando o Sol se encontrava mais ao norte (solstício de inverno, para nós, habitantes do hemisfério Sul), os raios solares caíam verticalmente, ao meio dia, na localidade de Siene, hoje Assua, pois a imagem do Sol podia ser vista refletida nos poços mais fundos daquela cidade. Ao mesmo tempo, em Alexandria, os raios solares caíam inclinadamente, fazendo um ângulo aproximado de  $7,2^\circ$  com a vertical (ÁVILA, 2007, p. 4).

Posto isso, ficou claro o porquê dos estudantes utilizarem uma representação geométrica da ideia de Eratóstenes (a mesma que aparece no artigo), a qual se revelou necessária para que os apresentadores e a plateia compreendessem o objetivo buscado pelo sábio. Ainda, os estudantes usaram regra de três simples para desenvolverem os cálculos de mudança de unidade de medida usada na época, em que 1(um) estádio equivale a aproximadamente 185 metros. Os estudantes usaram recurso do *Datashow* e aplicativo para realizar a apresentação (Figura 19). Sendo assim, dois estudantes ainda tiveram que auxiliar no comando do *notebook* e parte elétrica.

Os estudantes realizaram cálculos no quadro e, também, utilizaram um auxílio multimídia, utilizando o *PowerPoint*. Foi, também, interessante porque os estudantes editaram um vídeo sobre o assunto e limitaram o período de amostra do vídeo, adequando-o ao tempo de apresentação, equivalente a uma aula. O grupo se revelou bastante entrosado, e disponibilizou um tempo de 15 minutos para perguntas, tempo maior do que o do primeiro grupo, que utilizou apenas 10 min.

**Figura 19** – Imagem dos estudantes que apresentaram o seminário *Eratóstenes e o raio da Terra*



**Fonte:** o autor

Este grupo chamou bastante a atenção: alguns componentes apresentaram um domínio contundente sobre o tema do qual estavam abordando. Atentos ao formalismo da mensagem que estavam emitindo – embora com evidências de desatenção por parte de alguns, olhando o celular sem parar, a fim de memorizar a fala do tema pela tela do celular. Nesse quesito, fazendo referência a Teoria de Ausubel, é evidente o processamento da aprendizagem por recepção, já que aquele que aprende o faz por uma espécie de núcleo comum de informação. Tudo que é apresentado ao aprendiz é apresentado na sua forma final, o que não pode ser confundido com uma aprendizagem por passividade ou inércia.

Nesse tipo considerado, pode ocorrer uma interação entre seus participantes, em que o novo material ou leitura ou seminário é bastante mobilizador para o aprendiz, justamente porque a nova informação encontra em sua estrutura um ancoradouro potencialmente significativo para aquele que aprende, onde o novo material que é adicionado a estrutura significativa interage significativamente com os conceitos já existentes.

Além dos conhecimentos científicos usados para o seminário, o estudante faz uso de saberes mobilizadores que condicionam uma nova dinâmica de apresentação, seja pelo uso de um aplicativo ou pela manipulação de alguma tecnologia pertinente para o desenvolvimento do seminário. Tais ações devem partir do estudante e facilitam o critério subjetivo do material aprendido que se deseja

compartilhar. No entanto, podemos inferir níveis dessa disponibilidade a depender da atribuição de disponibilidade emitida do estudante, podendo acontecer uma variação de compreensão, onde os estudantes demonstram de forma diferente e substantiva tudo aquilo que aprenderam.

Acreditamos que esta maneira sinônima é condicionada a fatores externos, como tempo, questões alimentares, familiares ou mesmo relações interpessoais. Estas podem acelerar ou reduzir o tempo de estudo e dedicação do estudante, fruto da sua disposição. Nesse sentido, o professor deve ter a sensibilidade de gerenciar suas próximas ações na direção de propor diálogo elucidador sobre a persistência dos diferentes níveis de compreensão do tema de cada seminário.

A terceira apresentação, *Semelhança de triângulos e Razões Trigonométricas*, foi pensada no desejo do professor em refletir como os estudantes adequaram em suas estruturas cognitivas a partir das novas informações adquiridas, com suas aulas sobre *Semelhança e Razões Trigonométricas* no triângulo retângulo, evidentemente, atento as percepções dos estudantes quanto à formalidade técnica do discurso (Figura 20). Ficou notório que os estudantes ampliaram seus níveis de formalidade Matemática do discurso, elencando os casos de semelhança com mais clareza, inclusive propondo exemplos, em uma postura de disponibilidade muito maior dos componentes do grupo para discorrerem sobre o tema. Tais critérios apenas apontaram para o caminho da longevidade dentro da Estrutura Cognitiva do material tema do seminário feito pelos estudantes.

**Figura 20** – Apresentação do seminário *Semelhança de triângulos e Razões Trigonométricas*



**Fonte:** o autor

Nessa apresentação foi possível pensar a prática do professor enquanto mediador das aulas, no sentido de refletir sobre as interrupções e indagações a nível de socializador da compreensão sobre o tema trazido à tona. Pudemos nos questionar sobre os momentos de interferências sobre o grupo, os momentos de interrupções para esclarecimento geral da turma e suas implicações durante a apresentação.

Essa autorreflexão deve ser algo persistente de todo professor. Notamos que antes da SD, tal reflexão vinha sendo esquecida. As rotinas dos profissionais de educação podem produzir tanto uma maturidade positiva nas ações dos professores, quanto podem gerar ações de comportamentos inadequados. Nesse sentido, todo professor deve ser um indivíduo sempre insatisfeito com sua prática de ensino ao ponto de estar sempre buscando novas leituras e aperfeiçoamentos, os quais possam ser utilizados em sala de aula positivamente.

Notamos, claramente, a importância de o professor utilizar gravações dos estudantes para realizar uma avaliação mais criteriosa e atenta aos conceitos e os significados utilizados pelos estudantes. Acreditamos ser de grande relevância essa interferência, e que de alguma forma poderá ser aprimorada em outras eventuais aplicações. A adequação da informação dentro do discurso é outra característica preponderante para verificar a incorporação de novos subsunções à Estrutura Cognitiva do estudante. Evidentemente, um estudante que produza mais indagações e demonstre mais usualidade da informação dentro dos critérios do rigor matemático, pode deixar demonstrada as evidências de uma aprendizagem significativa.

As intervenções do professor são produções positivas e devem ser levantadas em momento adequado fora do tempo do seminário. Porém, são, sobretudo, inevitáveis e que geram um clima de integração de posicionamentos, de acordo com a Educação Matemática dos estudantes. Não se pode criar nenhum aspecto negativo ao ponto de interromper a fala do estudante e gerar uma atmosfera de insatisfação por parte daquele que está, principalmente, se apresentando.

O quarto seminário, *Grandezas Astronômicas e Ordem de Grandeza*, foi uma tentativa de conduzir os estudantes à reflexão sobre a manipulação de valores muito grandes e muito pequenos (Figura 21). Acostumar a turma a uma interpretação que contém unidades de medidas diferentes daquelas que estão acostumados a

trabalhar. Compreender valores descritos como ordem de grandeza representou uma preparação para interpretar valores importantes na leitura do artigo.

**Figura 21** – Apresentação do seminário *Grandezas Astronômicas e Ordem de Grandeza*



**Fonte:** o autor

É imperioso destacar que ao pensarmos nas distâncias dos astros, inevitavelmente, estaremos nos referindo a valores enormes. Por isso, sua forma simplificada pode ser extremamente útil para trabalhar com cálculos que envolvem esses números. Dessa maneira, com a ajuda do seminário e da socialização das ideias mais importantes sobre o assunto, foi possível consolidar alguns questionamentos que podem ser feitos com a primeira leitura do artigo. Notamos que os componentes desse grupo trouxeram muitas imagens e, também, vídeos que puderam provocar os demais estudantes a refletir sobre as questões que envolvem medidas astronômicas.

Os estudantes falaram sobre as unidades astronômicas, que seriam unidades de medidas mais favoráveis no desenvolvimento de cálculos e que possam fazer referência de maneira simplificada a questões que envolvam distâncias entre elementos do Universo. Essa maneira de tornar mais inteligível as distâncias entre os astros torna fundamental a tomada de referenciais na análise dos dados e assim as medidas sejam compreendidas pelas pessoas.

Esse grupo surpreendeu pela segurança do discurso utilizado para apresentar o seminário. Percebemos clareza, adequação das ideias com o material utilizado e o



que foi elaborado para a apresentação, respeito aos conceitos das unidades de medida que são valores de referência mundial e fixo e representação de maneira sinônima do material absorvido pela estrutura cognitiva. Eles conseguiram criar um diálogo dentro da apresentação mais próximo do rigor matemático e físico, no qual a quase totalidade dos estudantes do grupo conseguiram se desprender dos lembretes que eles usavam em outros momentos fora da SD durante o ano letivo. Fundamentados na Teoria de Ausubel, o novo conteúdo conseguiu interagir com um conceito mais amplo ou um sistema de conceitos e, conseqüentemente, proporcionando ao estudante uma retenção mais duradoura.

Uma rede interligada de conceitos com variados níveis de inclusividade foi demonstrada na fala dos estudantes e na condução do seminário. Notamos, por parte dos estudantes, uma maior resistência ao esquecimento. Isso significa, em nossa análise, que o objetivo sobre o estudo do tema foi atingido. Não se trata de uma observação dentro do “achismo”, mas foi possível perceber que o estudante dialogava com clareza e objetividade sobre aspectos relevantes do conteúdo sem se preocupar com os olhares dos demais colegas, respeitando, sobretudo, os valores e cálculos que estava fazendo uso naquele momento. É importante ressaltar, que se tratava de estudantes com grande dificuldade com o uso da Matemática, não demonstrando qualquer preocupação com o trato formal do discurso matemático e que, de repente, ganharam fôlego e desenvolveram um bom trabalho.

No penúltimo seminário, ficou acertado que os estudantes trouxessem informações sobre a biografia de Ptolomeu e destacasse a sua contribuição para a determinação da distância entre a Terra e a Lua, além de outras informações que o grupo achasse interessante. Esse seminário ficou intitulado como *Ptolomeu e a Distância da Terra à Lua* (Figura 22).

**Figura 22** – Apresentação do seminário *Ptolomeu e a Distância da Terra à Lua*



**Fonte:** o autor

No artigo, o tema é tratado de forma resumida, um pequeno texto sobre a contribuição de Ptolomeu e artifícios da geometria que merecem destaque para realização do seu feito. Conseqüentemente, os estudantes tiveram que se preocupar na busca de mais informações sobre o tema. Nessa perspectiva, é fundamental que tomemos conhecimento de que a rede mundial de informação – a Internet – possibilita diversas informações sobre a vida e a obra Ptolomeu.

Os registros de Ptolomeu são de extrema importância para a ciência, considerando a vasta obra do autor que perdurou por muito tempo ao longo da história das civilizações. Podemos dizer que sua obra é um divisor de águas na ciência, um marco que por ter aliado a Igreja consolidou-se com mais rapidez. Além disso, sua obra se destaca pelo respeito a outros autores da época e que tiveram imortalizadas suas obras com o registro dentro da obra de Ptolomeu, proporcionando a outras gerações acesso aos escritos que fundamentavam, sobretudo, o geocentrismo. *Almagesto*, a quinta obra de Ptolomeu; noticiou o modelo que usou para calcular a distância da Terra à Lua, além de ser uma obra fundamental para o desenvolvimento da trigonometria e que também destaca uma postura observacional muito contundente sobre a trajetória dos astros e inferências sobre os eclipses da Lua e do Sol.

Os componentes deste grupo se destacaram bastante, pois foram além das informações que vinha no artigo e socializaram impressões importantes sobre a biografia do autor, usando todos os equipamentos disponibilizados às equipes anteriores. Os estudantes a todo instante estavam atentos às ações do grupo e que de certa forma demonstrava uma união pertinente dos componentes do grupo.

E, por fim, houve a apresentação do artigo *A Astronomia e as distâncias astronômicas na Grécia Antiga*, escrito no primeiro exemplar da *Revista do Professor de Matemática*, pelo professor Geraldo Ávila. Este seminário ficou marcado, inclusive, pela presença da mãe de um dos jovens do grupo que iria conduzir desfecho das apresentações com a última participação mais ativa dos estudantes. Momento de grande atenção por parte dos estudantes e que gerou uma atenção especial por parte professor a respeito dos detalhes e preocupações pontuadas pelos estudantes.



É fundamental destacar que foi um período de dinamismo e muita ação por parte dos estudantes. Eles construíram uma pequena dramatização inesperada pelos demais para puderem desenvolver o discurso sobre a compreensão do artigo, objetivo principal da SD e que foi socializado pelo grupo, pelo seminário.

Destacamos, ainda, que, ao assistir o vídeo da apresentação, ficou nítido um avanço de maturidade geral dos estudantes sobre o entendimento do artigo, onde cada apresentação, anterior ao seu tempo, teve papel fundamental para a iniciativa final dos estudantes. Não é possível, de maneira alguma, que os estudantes apresentem os seminários sem passarem pelas etapas iniciais preparadas pelo professor; desde o *brainstorm* até o último dia da conclusão da SD.

A apresentação foi desenvolvida na forma de um jornal inicialmente comandado por uma das estudantes do grupo, no papel de apresentadora, a qual convida para a entrevista alguns personagens importantes dentro do texto, como Eratóstenes, Aristarco e Ptolomeu. Estes seriam entrevistados por um astrônomo, um matemático, um físico e um geômetra, todos representados pelos demais componentes do grupo. A seguir, temos a imagem do grupo que apresentou o artigo (Figura 23).

**Figura 23** – Imagem dos estudantes, juntamente com o professor, que apresentaram o seminário final



Fonte: o autor

Foi utilizado o *datashow* da escola para auxiliar a apresentação com as imagens organizadas, assim como a utilização de vídeo. Os estudantes também usaram o quadro branco e pincel para realizar algumas das contas e destacar os pontos que chamaram mais a atenção. Utilizaram-se das informações socializadas pelos outros grupos já que estas faziam referência ao artigo.

A ideia não foi exaurir todas as informações tratadas no texto, mas criar um entendimento razoável pelos estudantes: que respeite as ideias do autor, conceitos matemáticos e físicos que foram levantadas e, especialmente, represente um momento para difusão da Astronomia dentro da sala de aula. Além disso, buscamos desenvolver ações de iniciativa por parte dos estudantes, senso de responsabilidade, socialização por elaboração de trabalho em grupo, incentivo à leitura, assim como possibilitar a utilização de tecnologias para auxiliar o desenvolvimento da criatividade e ampliação do vocabulário.

A expectativa sobre o desfecho da SD era grande por parte dos estudantes, pois a partir da quinta apresentação, foi solicitado que os estudantes fizessem uma nova leitura do artigo, a fim de que eles percebessem que muitos dos pontos do texto iam se tornando inteligíveis e notariam um ganho de informação na estrutura cognitiva muito significativa. Nessa perspectiva os novos conteúdos tornaram-se potencialmente significativos na mente do aprendiz e passaram a incorporar a estrutura do estudante ao ponto de evidenciar uma ampliação dos conceitos subsunçores, uma vez que os novos conceitos aprendidos pelos estudantes passaram a ser compreendidos como novos subsunçores.

## 5 DISCUSSÃO

Nossos resultados obtidos demonstraram um efeito positivo quando da aplicação da nossa SD, uma vez que sinalizou um avanço dos estudantes quanto à sua aprendizagem, principalmente, uma ampliação da estrutura cognitiva muito mais significativa, possibilitando uma melhor compreensão do artigo trabalhado. Etapa a etapa, os estudantes foram ganhando autonomia para representar esse ganho durante a apresentação dos seminários.

Nada surgiu repentinamente, tudo fez parte de um trabalho de maturidade tanto por parte do professor quanto dos estudantes. Por se tratar de uma turma mista de 48 estudantes participantes, vindos de diversas turmas da 1ª série do ensino médio do próprio colégio e de outras escolas, notamos dificuldades diversas como: não saber fazer contas de multiplicar e dividir com números racionais, dificuldades de interpretação, dificuldades na representação geométrica, apontando inclusive dificuldades no manuseio do transferidor e do par de esquadros. Apresentaram muitas dificuldades em resolver equações e simplificar expressões numéricas tanto as que apareceram inicialmente nas primeiras etapas quanto as que estavam presentes no artigo utilizado na nossa SD.

Os estudantes demonstraram na avaliação prévia que estavam em diferentes níveis de aprendizagem e compreensão quanto aos assuntos que tiveram contato, além de apresentar uma cognição ainda imatura para estarem nas séries que eles estavam, pois o mínimo para um estudante estar no ensino médio é ter habilidade com as quatro operações e identificarem os sinais mais comuns utilizados para a linguagem matemática, como diferenciar uma equação de uma inequação. Infelizmente, o sistema educacional vem apontando um mecanismo de aprovação serial automática, como já acontece em alguns Estados da nossa Federação, meio à falta de compromisso com a educação por parte dos governantes.

Contudo, como esses estudantes são parte da turma objeto da nossa pesquisa, tivemos que repensar a construção das etapas da nossa sequência para que pudesse acolher todos os envolvidos. Não foi uma tarefa fácil por precisamos de mais tempo para que esses estudantes superassem as dificuldades de aprendizagem. Muitos desses estudantes apresentaram resistência em continuar no processo tanto por parte deles quanto por parte dos demais estudantes, devido ao

tempo de aprendizagem, pois alguns possuíam uma compreensão acima da média ao desenvolver as atividades propostas.

Devemos lembrar que esta SD foi aplicada no segundo ciclo e os estudantes apresentaram muita dificuldade em acompanhar a metodologia do primeiro ciclo que usava apenas aulas expositivas. Entretanto foi a partir da sequência que foram constatadas essas dificuldades. Essa rotina de utilizar apenas aulas expositivas intercalada com correção de exercícios não possibilitava uma avaliação melhor a respeito das barreiras que esses estudantes tinham. Isso pode ser constatado pelas notas finais daquele ciclo onde apenas 30% estudantes tiveram notas acima da média sem ninguém chegar aos 100% do valor da aprovação.

No segundo ciclo a mudança foi significativa onde mais de 80% obtiveram notas acima da média. Além disso, foi possível registrar e superar alguns pontos de dificuldades desses estudantes. O principal deles foi a autoestima, o desejo de superar as dificuldades estava a todo instante presente. No primeiro ciclo todos ficavam calados com medo de demonstrar suas fraquezas, onde o professor não teve como ajudar contra os pontos de fraqueza dos estudantes; todos apenas anotavam e simulavam a compreensão sobre o assunto que era apresentado pelo professor.

Evidentemente, o nível de abstração e uso da linguagem matemática por parte dos estudantes era muito limitado no 1º ciclo. Existia uma falta de compreensão por parte do professor em entender o que estava acontecendo no processo de aprendizagem dos estudantes, devido à falta de sensibilidade instaurada por falta da leitura sobre Teorias da Aprendizagem: faltavam parâmetros. Faltava o professor se despir do cargo de dono da verdade Matemática que reinava na sala; no 1º ciclo não estava claro o papel do professor.

Boas (1998) aponta que

A função do educador não é mais apenas a de dar aulas, mas sim, um educador capaz de assumir, face às exigências da vida contemporânea, tarefas diferentes daquelas que tradicionalmente lhes eram atribuídas: transmitir o saber historicamente acumulado na sociedade (1998, p. 96).

Esta visão de 1998 deveria estar presente na prática profissional desde o primeiro ciclo, mas infelizmente essa conduta se perde ao longo do tempo, quando não se tem acesso á uma formação continuada. Conseqüentemente, a rotina de

trabalho do profissional fica deturpada e esta dificulta retomar posturas no caminho da aprendizagem significativa.

Diferentemente do que aconteceu no 1º ciclo, refletimos nossa prática no 2º ciclo ao ponto de orquestrar nossas ações refletindo o tempo do estudante na aquisição do conhecimento. Surgiu um professor mais atento às diferenças dos estudantes, pensador do contexto social dos seus estudantes, que repensa suas ações metodológicas, tem um objetivo além da atribuição de notas. O seu papel é condizente com os pressupostos da Teoria da Aprendizagem que escolheu, no qual

o professor precisa ter uma postura didático-metodológica na sala de aula que contenha sempre atividades para favorecer as três modalidades de aprendizagem. Por isso, o professor precisa desvelar qual a melhor maneira de trabalhar com seus estudantes, quais metodologias o mesmo deve utilizar para que toda a turma, ou a maioria dela, alcance a aprendizagem significativa (KOCHHANN; MORAES, 2014, p. 51).

O professor deve sair da sua zona de conforto, criar estratégias diferentes da sua rotina e se aproximar da linguagem do estudante. Deve existir uma interferência didático-metodológica coerente com seu desejo de alcançar uma aprendizagem significativa. Acreditamos como Ausubel (1980) que: “[...] o fator mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o estudante já sabe; determine isso e ensine-o de acordo”. Nesse momento estaremos descobrindo a melhor maneira de trabalhar com nossa plateia.

Outro ponto positivo foi trabalhar Matemática no Ensino Médio (EM) de maneira contextualizada com a Astronomia. O seu caráter multidisciplinar tornou o tempo da aula de Matemática bastante atraente aos estudantes, a ponto deles conseguirem fazer inúmeras conexões com conteúdo de diversas áreas, despertando ainda nos estudantes uma visão mais ampla da ideia de Ciência.

Conforme Langhi e Nardi (2010),

[...] o ensino de Astronomia para o EM deve ser tratado de tal maneira, que contemple temas transversais, privilegiando, assim a interdisciplinaridade inerente à Astronomia, pois, por se tratar de um assunto que desperta a curiosidade dos estudantes, esta ciência poderá ser utilizada como um fator de motivação para a construção de conhecimentos de outras disciplinas relacionadas (2010, p. 4405).

Diante do exposto, acreditamos que nossa prática atingiu seu objetivo: os estudantes apontaram fatos históricos, questões de localização geográfica,

discussões filosóficas durante suas colocações, sobretudo, no seminário quando destacaram partes das discussões relevantes da época até chegarem no desenvolvimento dos cálculos. Alguns estudantes falaram do princípio da propagação retilínea da luz estudado em Física; alguns se colocaram a respeito das grandes navegações no que se refere à orientação pelos astros. Outros foram além do objetivo da SD trazendo informações sobre o Sol e a Lua antes de partir para o cálculo das distâncias entre a Terra-Sol-Lua e, outros estudantes, trouxeram a reflexão sobre como a Matemática pode ser tão útil aos estudiosos da época ao ponto de calcularem valores tão próximos aos atuais.

Os estudantes, enquanto participantes dessa SD, passaram a refletir mais sobre a importância da Matemática para o desenvolvimento da Ciência, especialmente, para o avanço das conquistas proporcionadas pela Astronomia, sendo esta um campo reconhecido pelos estudantes como um mundo de possibilidades e cheio de novidades, onde se encontram assuntos associados a todas as matérias que eles estudam dentro da sala de aula.

Os estudantes perceberam que estudar tópicos de Astronomia, a partir de um artigo, possibilita um direcionamento mais organizado sobre quais aspectos se deseja estudar e qual o objetivo de todo o estudo. Evidentemente, a escolha da ferramenta didática de ensino na forma de SD possibilita essa concretude da compreensão dos propósitos. Esse foi, justamente, o motivo de se compartilhar informações procedimentais no início do processo com o uso do Contrato Didático.

Antes da aplicação da SD, os estudantes não tinham habilidade em usar tópicos de Matemática em situações problemas, apenas em problemas abstratos fora da realidade prática. E quando conseguiram internalizar os conhecimentos e utilizá-los de maneira prática foi bastante motivador, tanto para eles quanto para aquele que ensina. Ensinar a alguém de maneira que ele aprenda significativamente é algo muito emocionante, é perceber vivo nosso objetivo de trabalho com muita satisfação pessoal.

De acordo com Perrenoud,

Os estudantes não precisam de guias espirituais, nem de catequizadores. Eles se constroem encontrando pessoas confiáveis, que não se limitam a dar aulas, mas que se apresentam como seres humanos complexos e como atores sociais que encarnam interesses, paixões, dúvidas, falhas, contradições (...) atores que se debatem como todo mundo, com o sentido da vida e com as vicissitudes da condição humana (2005, p. 139).

A aprendizagem significativa que nós, enquanto professores, propomos aos estudantes vem carregada de anseios e desejos bem pessoais. Além de desejarmos que nosso trabalho seja aceito e reconhecido, precisamos que o objetivo de aprendizagem seja alcançado, que os estudantes aprendam os assuntos, conceitos ou ideias ensinados. A nossa SD representa a concretização do processo de aprendizagem, a partir de um trabalho de diálogo constante com os estudantes, onde os estudantes apresentam-se como detentores de um conhecimento científico e com posse de novas habilidades.

Os estudantes durante os seminários apresentaram habilidades com edição de textos e vídeos, com laboração de cartazes e maquetes, com planejamento estético, com utilização de tecnologias da informação; condições que não eram percebidas com a velha metodologia. O diálogo permitiu a ruptura com o medo e a superação de dificuldades, pois os estudantes não apresentaram ao final da SD, durante os seminários, qualquer receio em expor suas ideias. Pareciam uma nova turma e um novo professor em uma relação afetiva muito mais apropriada, com objetivos muito mais consistentes do que aqueles estabelecidos fora desse processo.

A afetividade é um ato inevitável quando ocorre a interação entre professor e estudante na sala de aula. Conforme Aquino,

Os laços afetivos que constituem a interação professor-estudante são necessários à aprendizagem e independem da definição social do papel escolar, ou mesmo um maior abrigo das teorias pedagógicas, tendo como base o coração da interação professor-estudante, isto é, os vínculos cotidianos (1996, p. 50).

Nesse quesito, a nova relação afetiva que se estabeleceu entre professor e estudante foi fundamental pois o estudante pode explorar suas indagações durante as atividades com o professor e responder seu anseios quanto ao seu propósito em sala de aula. Esse processo de ruptura de posturas proporcionou um ambiente mais confortável e receptivo ao momento da aprendizagem. Os estudantes sentiam-se livres para fazerem suas perguntas e proporem soluções dos problemas trazidos pelo professor; se estabeleceu um ambiente real de troca de conhecimentos.

É interessante destacar que os estudantes se mostraram motivados no ambiente escolar, atentos às atividades propostas pelo professor e preocupados

com seu aprendizado. Essa disposição dos estudantes pode ser percebida pela sua autoestima e autossuficiência em tomadas de decisões importantes para o desenvolvimento da SD, como mostraram nas proposituras verbais de sugestões para se resolver um ou outro problema.

Estava nítido um resultado positivo para aquele ciclo do ano letivo de 2017, devido ao conjunto de transformações que vinham se sucedendo à cada etapa da nossa sequência. Os estudantes conseguiram avançar nos cálculos que envolviam as razões trigonométricas e semelhança de triângulos, inclusive reconhecerem o momento de aplicação desses assuntos dentro do próprio artigo estudado.

Exista uma nova ordem consolidada a partir daquela SD, que possibilitou uma preocupação por partes dos estudantes sobre fatores históricos esclarecedores de cada assunto a ser estudado, repercutindo no ciclo seguinte e na postura dos estudantes em outras matérias na escola. Isto foi constatado, durante as reuniões de área que acontecem semanalmente com professores da Matemática, Física, Química e Biologia.

Outro aspecto interessante a ser destacado está sobre a maneira como os estudantes foram ampliando seus conhecimentos, ao ponto deles apresentarem seus seminários com uma clareza razoável sobre os temas abordados. Foi um momento muito enriquecedor para todos, pois potencializamos nossa troca de aprendizagens ao perceber que é possível trabalhar por temas, por meio de um conjunto de atividades sequenciadas com um objetivo específico a partir do que o estudante conhece.



## 6 CONCLUSÕES

Essa pesquisa foi desenvolvida no sentido de encontrar um caminho para a aprendizagem dos estudantes de forma mais eficiente em relação ao método tradicional. Nesse sentido, o estudante tinha contato com um profissional despreocupado com os índices de reprovação e iludido por achar que seus estudantes classificados, quase que exclusivamente por provas escritas e individuais, o daria a convicção do número de estudantes que aprenderam com suas aulas e estes estariam preparados para superar os anseios da sociedade como propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997).

Ao término da aplicação da SD, notamos que os estudantes conseguiram a compreensão do artigo de maneira satisfatória. Alguns aspectos foram interpretados de maneira substantiva por alguns estudantes. Os grupos realizaram a apresentação dos seminários de maneira razoável e a participação geral dos componentes do grupo foi percebida pelo professor.

Os estudantes participaram ativamente das aulas de aplicação da SD com entusiasmo e motivação para realização de todas as atividades do processo. Dessa forma, foram feitos: leituras de textos, criação de mapas conceituais, resolução de listas de exercícios, construção de cartazes e montagem de maquetes acerca das situações problemas levantadas.

Percebemos que, após a realização das atividades, os estudantes passaram a acreditar em seu potencial de aprendizagem, uma vez que eles percebiam seus avanços no entendimento dos tópicos levantados pelo professor na busca pela compreensão do artigo apresentado. A participação mútua dos personagens envolvidos enfatizavam as potencialidades dos estudantes e a riqueza de detalhes que a SD pode trazer à baila. Dessa forma, não podemos desmerecer a importância dessa ferramenta na construção de saberes e aquisição do conhecimento. É fundamental destacar que os estudantes foram tomados por uma espécie de injeção motivacional, oferecido pela ferramenta SD. Ficou evidente uma maior união da turma que superou as relações negativas interpessoais entre eles e passaram a consolidar aspectos positivos de afetividade com o professor e estreitaram os laços de amizade, ampliando atitudes éticas com um respeito mútuo.

Os estudantes passaram a desenvolver hábitos de leitura e passaram a interpretar melhor a abordagem textual desenvolvida pelo professor, que se utilizou de uma análise textual por meio da criação de Mapas Conceituais. Esse excelente instrumento fez o estudante fugir de uma simples opinião sobre o texto para uma hierarquização das ideias trazidas pelo autor, se propondo a uma ampla interpretação do texto lido.

O protagonismo foi percebido a todo instante pelas ações dos estudantes diante de cada procedimento: eles criaram cartazes e montaram maquetes sobre as situações problemas trazidas para sala de aula. Assim, eles foram estimulados a encarar os problemas de Matemática com mais critérios, realizando uma espécie de *croquis* prévia sobre o que desejavam elucidar a partir do problema sugerido.

Notamos que os estudantes passaram a compreender que a partir da Ciência são produzidos textos sintetizadores (artigos científicos). Estas produções científicas são elaboradas, em especial, dentro das instituições de ensino superior e traduzem-se em uma espécie de pesquisa que requer muito estudo e dedicação por parte dos seus elaboradores. Os estudantes passaram a compreender que Matemática e Física não surgiram por “um passe de mágica”.

Os estudantes passaram a entender a necessidade de instrumentos de medidas utilizados, por exemplo, pela Astronomia em que a observação dos astros e seus movimentos passam a ter papel fundamental para a reflexão de novas ideias e questões relevantes dentro da Ciência. Inclusive, os jovens passaram a entender a importância da Astronomia para os dias atuais e passaram a dialogar com mais clareza sobre o seu papel ao longo do desenvolvimento da História, notadamente, sobre a queda do modelo geocêntrico e ascensão das ideias heliocêntricas.

Notamos que os estudantes ampliaram suas ideias quanto à conscientização sobre aspectos relevantes para sua aprendizagem e desencadearam comportamentos adequados ao dinamismo das aulas de aplicação da SD. Especialmente, percebemos que os estudantes conseguiram ter maior atenção e interesse pelas ações propostas pelo professor, além de revelarem uma participação autônoma maior quanto ao seu posicionamento sobre questões de discussão propiciadas pelo conteúdo.

Quanto aos seminários, foram de extrema relevância para o desfecho da SD aplicada, visto a prevalência do caráter dialético conduzido pelo professor em todo

processo desenvolvido da Sequência Didática. Evidentemente, este ambiente gerou um clima de confiança entre os estudantes que passaram a gerir melhor as relações interpessoais desenvolvidas por eles em sala de aula e conseguiram aprender com mais facilidade.

A condição de respeito mútuo se fez presente e todos se sentiram encorajados para uma participação mais ativa nos seminários solicitados aos grupos. Os estudantes pareciam bem à vontade com as apresentações e demonstravam-se sem qualquer receio para responder às perguntas ou questionamentos dos colegas e do professor. A adequação da SD, a partir da ciência sobre a compreensão de alguns conceitos que os estudantes traziam em sua estrutura cognitiva, foi de fundamental relevância para a familiarização do estudante com as etapas trazidas e pensadas pelo professor, já que cada etapa elaborada pelo educador deve sempre estar com seu planejamento, afim da obtenção de uma aprendizagem significativa.

Não é fácil para nenhum profissional da educação utilizar esta ferramenta metodológica. A SD, sobretudo, na abordagem da Aprendizagem Significativa representa um trabalho muito mais personalizado e bastante criterioso com os estudantes, em que o professor deve estar atento aos avanços de cada estudante e este deve entender que está aprendendo sobre aquilo que se deseja. Nesse sentido, sugerimos que esta SD seja desenvolvida em uma perspectiva conjunta com professores de outras áreas e que o professor reflita sua prática para se motivar em busca da diversificação de metodologias que o conduza à descoberta de novas práticas. Especialmente, esse desprendimento com o tradicional que o fará ir em busca de uma nova postura sobre a arte de ensinar.

Para o professor, foi fundamental trabalhar utilizando-se da SD, uma vez que ajudou a pensar a prática e tentar compreender como cada estudante havia pensado a sua resposta para cada atividade, a partir dos ensinamentos ou orientações. Notar, enquanto profissional, que nós somos os maiores responsáveis pelo êxito da aula é fundamental. Isto nos habituará a novas experiências e irá gerar novas estratégias de ensino para uma aprendizagem mais eficiente dos nossos estudantes. Todo professor tem por obrigação acreditar nas potencialidades de seus estudantes e deve aplicar sobre a sua forma de ensinar doses razoáveis de informação, definindo

melhor as ações contidas no seu planejamento que representarão os fatores determinantes para uma aula de sucesso.

Foi muito gratificante participar da construção e aplicação da SD, entretanto, gostaria de mencionar a existência de alguns fatores que dificultaram a sua aplicação: o grande número de estudantes em sala de aula, a falta de um número mais adequado de *kits* de multimídias, a falta de pessoas para instalarem os equipamentos no momento da aula, problemas com as instalações elétricas e as exigências administrativas com o curso linear dos conteúdos da disciplina. Entretanto, não foram fatores que motivaram a desistência de sua aplicação, já que seu formato pode ser adaptado e reorganizado afim de atender novos contextos de outras turmas.

Todos os procedimentos que laçamos mão para produzir a SD e aplicá-la traduziram-se em uma mudança de postura relacionada a uma pratica profissional obsoleta, que tem pontos positivos, mas que não atendem mais aos anseios da Educação Matemática contemporânea. Acreditamos que sejam necessárias mudanças a nível organizacional e didático-pedagógicas dentro das escolas para que possamos, enquanto responsáveis pelo êxito da aula, propor práticas inclusivas a partir de uma formação continuada.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, F. E.; LIMA, A. P. Negociações do Contrato Didático na Passagem da Linguagem Natural para a Linguagem Algébrica e na Resolução da Equação no 8º Ano do Ensino Fundamental. **Zetetiké-FE/ UNICAMP**, v. 21, n. 39, jan/ jun 2013.
- ALMEIDA, L. R. M. Avaliação Formativa no Contexto da Construção do Mapa Conceitual. **Sitientibus**, n. 36, p. 175-195, jan./ jun., 2007.
- AQUINO, J. R. G. **A desordem na relação professor-estudante: indisciplina, moralidade e conhecimento**. São Paulo: Summus Editorial, 1996.
- BURAK, D.; ARAGÃO, R. M. R. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba: CRV, 2012.
- ARAGÃO, R. M. R. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel: sistematização dos aspectos teóricos fundamentais**. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1976. 109 f.
- ÁVILA, G. S. **Várias faces da Matemática**. São Paulo: Blucher, 2007.
- \_\_\_\_\_. A geometria e as distâncias astronômicas na Grécia Antiga. **Revista do Professor de Matemática**. Distrito Federal. Disponível em: <<http://www.rpm.org.br/cdrpm/1/3.htm>>. Acesso em: 12 jan. 2017
- AUSUBEL, D. P. **The psychology of meaningful verbal learning**. New York, Grune and Stratton, 1963.
- \_\_\_\_\_. **A Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.
- \_\_\_\_\_. **The Acquisition and Retention of Knowledge: a cognitive view**. Tradução de Lígia Teopisto. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.
- \_\_\_\_\_.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.
- BATISTA, R. C. **Sequência didática–ponderações teórico-metodológicas**. 2016. Disponível em: <[http://www.ufmt.br/endipe2016/downloads/233\\_9937\\_37285.pdf](http://www.ufmt.br/endipe2016/downloads/233_9937_37285.pdf)>. Acesso em: 13 jun. 2017
- BOAS, M. V. **Educação: reflexões de uma prática**. Ed. UFRJ, Rio de Janeiro, 1998.
- BRASIL. Decreto-Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Poder Executivo, Brasília, 1996a.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C. (Org.). **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, p. 48-72, 1996b.

\_\_\_\_\_. **Introdução ao estudo da Teoria das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino/ Guy Brousseau**. Tradução de Camila Boguea. Apresentação de Benedito Antonio da Silva. Consultoria Técnica de José Carlos Miguel. São Paulo: Ática, 2008.

CORTI, A. P.; VÓVIO, C. L. **Jovens na alfabetização: para além de decifrar palavras, decifrar mundos**. Brasília: Ministério da Educação / Ação Educativa, 2007.

DOLZ, J.; NOVERRAZ, M.; SCHNEUWLY, B. Sequências didáticas para o oral e a escrita. In: SCHNEUWLY, B. et al. **Gêneros orais e escritos na escola**. Campinas, SP: Mercado de Letras, p. 95-128, 2004.

FARIA, W. **Mapas conceituais: aplicações ao ensino, currículo e avaliação**. São Paulo: EPU, 1995.

GÁLVEZ, G. A didática da matemática. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GANDIN, D. **Planejamento como prática educativa**. 19ª ed., São Paulo: Loyola, 2011.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

KOCHHANN, A.; MORAES, A. C. **Manual didático-pedagógico da Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel**. Anápolis, GO: Universidade Estadual de Goiás, 2012.

LANGHI, R; NARDI, R. Ensino da Astronomia no Brasil: educação formal, informal, não formal e divulgação científica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 31, n.4, p. 4402-11, 2010.

LOPES, A. O. Planejamento de ensino numa perspectiva crítica de educação. In: CANDAU, V. **Repensando a didática**. São Paulo: Cortez, 1992.

MIRANDA Jr., E. **Sequência Didática no Ensino Médio: Uma proposta interdisciplinar com a Astronomia**, Produto Educacional, Mestrado Profissional em Astronomia, UEFS, 2018

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

\_\_\_\_\_.; MASINI, E. S. **Aprendizagem Significativa: a Teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.

\_\_\_\_\_. **Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares.** São Paulo: Livraria da Física, 2011.

\_\_\_\_\_. **Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências: a Teoria da Aprendizagem Significativa.** Porto Alegre, 2009.

\_\_\_\_\_. **Aprendizagem Significativa: um conceito subjacente.** Disponível em: <[http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo\\_ID16/v1\\_n3\\_a2011.pdf](http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID16/v1_n3_a2011.pdf)>. Acessado em 20 de Janeiro de 2017.

MORETTO, V. P. **Planejamento: planejando a educação para o desenvolvimento das competências.** Petrópolis: Vozes, 2007.

OLIVEIRA, M. M. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores.** Petrópolis: Vozes, 2013.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PAULO, I. J. C. **A Aprendizagem Significativa Crítica de conceitos da mecânica quântica segundo a interpretação de Copenhagen e o problema da diversidade de propostas de inserção da Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio.** Tese de Doutorado. Universidade de Burgos, 2006, 235 p.

PERRENOUD, P. **Escola e Cidadania: o papel da escola na formação para a democracia.** Porto Alegre, Artmed, 2005.

RAYS, O. A. **Planejamento de ensino: um ato político-pedagógico.** Cadernos didáticos: Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Santa Maria, 1989.

\_\_\_\_\_. **Trabalho pedagógico: hipóteses de ação didática.** Santa Maria: Pallotti, 2000.

ROJO, R. (Org.). **Alfabetização e letramento.** São Paulo: Mercado das Letras, 1998.

RUÉ, J. **O que ensinar e por quê: elaboração e desenvolvimento de projetos de formação.** São Paulo: Moderna, 2003.

SCHNEUWLY, B.; DOLZ, J. **Gêneros orais e escritos na escola.** Tradução e organização: Roxane Rojo e Gláís Sales Cordeiro. Campinas: Mercado de Letras, 2004.

SILVA, B. A. Contrato Didático. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação Matemática – uma (nova) introdução.** São Paulo: EDUC, p. 49-75, 2008.

SMOLE, K. C. S. **A matemática na Educação Infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar**. Porto Alegre: Artmed, 1996.

VASCONCELOS, C. S. **Planejamento: Plano de Ensino-Aprendizagem e projeto educativo**. São Paulo: Libertad, 1995.

VEIGA, I. P. A. (Org.). **Aula: gênese, dimensões, princípios e práticas**. Campinas: Papyrus, 2008.

ZABALA, A. A. **Prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.



## APÊNDICES

## APÊNDICE 1: FICHA TÉCNICA

**FICHA TÉCNICA:** Todos compreenderam o Artigo?

**TEMA:** Elementos de Física e Matemática Aplicados na Astronomia

**SINOPSE E OBJETIVOS:** Esta proposta de trabalho condiciona-se a elaboração de uma Sequência Didática – SD contendo sete etapas interligadas, com o objetivo de fazer os estudantes envolvidos compreendam melhor o Artigo Científico de Ávila (2007), além de entenderem a importância dos elementos da Matemática para a evolução do conhecimento científico. É um processo de aprendizagem que se dá numa perspectiva de ensino interativo, onde os conhecimentos prévios dos estudantes são fundamentais para formação de todo o processo.

### EXEMPLOS DE PCN RELACIONADOS:

- **Língua Portuguesa**

Elaborar, individualmente e em grupo, relatos orais e outras maneiras de registros acerca do tema em estudo, a partir de informações obtidas por meio de observações, experimentação, vídeos, textos ou outras fontes;

- **Física**

Investigações das tecnologias usuais e tradicionais disponíveis para se compreender os fenômenos físicos em análise no texto apresentado aos estudantes. Considerando os fatores físicos relevantes que oportunizaram deduções tão precisas para aquela época;

- **Matemática**

Analisar a construção do artigo com a utilização de elementos matemáticos já estudados pelo estudantes, associando ao desenvolvimento geométrico e algébrico de novos conteúdos daquela série escolhida para desenvolvimento da SD;

- **Astronomia**

Conhecer as relações entre os movimentos da Terra, da Lua e do Sol para a descrição de fenômenos astronômicos (duração do dia e da noite, estações do ano, fases da lua, eclipses etc.). Reconhecer ordens de grandeza de medidas astronômicas para situar a vida (e vida humana), temporal e espacialmente no Universo e discutir as hipóteses de vida fora da Terra.

### CONTEÚDOS PROPOSTOS:

**Factuais**

Identificar o modelo de representação Terra-Lua-Sol que o autor do artigo utilizou para desenvolver a teoria adotada. Repetir os modelos adotados naquele momento histórico para representar determinados fenômenos físicos. Relembrar valores importantes, adotados na época, para o desenvolvimento dos cálculos no texto, como o valor usado como o raio da Terra.

### **Conceituais**

Semelhança de Triângulos; Congruência de Triângulos; Ângulo; Trigonometria; Algarismos Significativos/Ordem de Grandeza e Unidades de Medida usadas na Astronomia.

### **Procedimentais**

Construção de Seminários/Apresentação Oral; Precisão Científica; Observação; Discussão Experimentação/Modelagem.

### **Atitudinais**

Valorização da Investigação Empírica para o Mundo Científico ao longo do tempo; cooperação em grupo e entre grupos; Reconhecimento da importância da aula dialogada no processo de ensino e aprendizagem.

**EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM:** Compreender a importância da História da Astronomia para o desenvolvimento da Ciência; Verificar a mudança de percepção e entendimento sobre fases da lua e tipos de eclipse; Perceber a importância do modelo empírico de investigação; Ampliar a capacidade de aplicar os elementos da Matemática trabalhados ao longo da SD; Verificar a interação da maior parte dos estudantes em busca do conhecimento; Utilizar meios tecnológicos para se fazer entender durante a apresentação por seminários; Verificar a percepção das unidades de medidas relevantes ao se estudar Astronomia.

**RECURSOS:** Maquetes; Equipamentos áudio visuais da escola; Utilização de pequenos vídeos voltados ao tema; Internet; Criação de um instrumento para medir ângulos (Astrolábio caseiro ou Quadrante); Atividades escritas; Cartazes; entre outros.

**PALAVRA-CHAVE:** Física; Matemática; Astronomia.

**NÚMERO DE AULAS:** 13 aulas

**PÚBLICO-ALVO:** Estudantes da Segunda série do Ensino Médio.

## APÊNDICE 2: MODELO DO CONTRATO DIDÁTICO ADOTADO

### CONTRATO DE DIDÁTICO

Eu, \_\_\_\_\_, estudante do 2ºG do Ensino Médio do Colégio Modelo Luis Eduardo Magalhães, aceito participar do desenvolvimento do PROJETO do professor de Matemática contextualizado numa perspectiva da Astronomia. Ciente de todas as opções elencadas no Contrato Didático, tanto no que tange as ações do seu desenvolvimento quanto critérios de avaliação, trazidos na primeira aula do projeto.

---

Estudante

### APÊNDICE 3: MODELO DA ATIVIDADE 1



Imagem 1

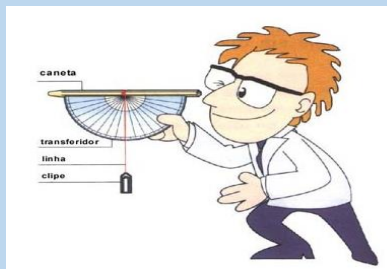


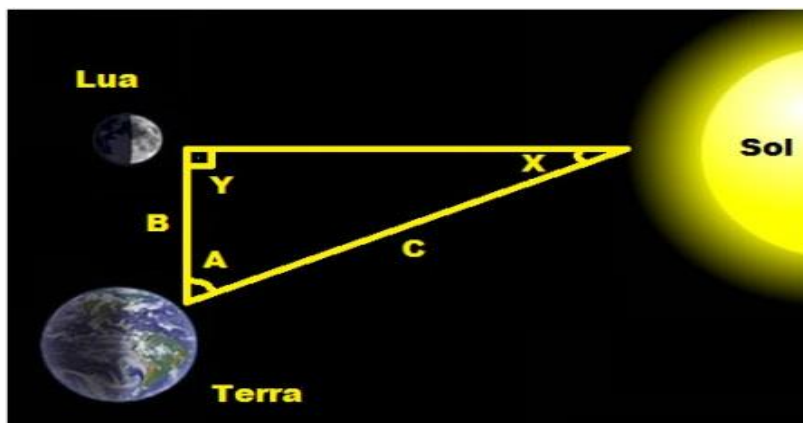
Imagem 2

---

---

---

---



---

---

---

---

## APÊNDICE 4: MODELO DA ATIVIDADE 2



### APÊNDICE 5: MODELO DA ATIVIDADE 3



---

---

---

---

---



---

---

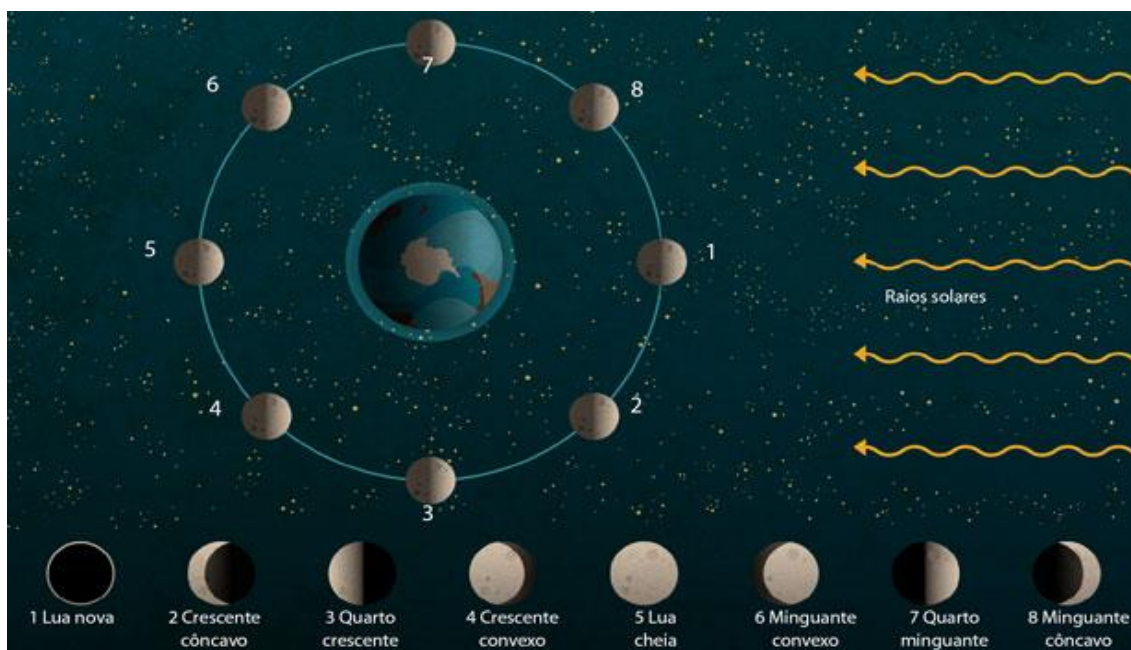
---

**APÊNDICE 6: MATRIZ DE REFERÊNCIA**

<b>ESTUDANTE AO VER</b>	<b>DEVE FAZER REFERÊNCIA</b>	<b>Nº DE ALUNOS</b>
Imagem 1	• Ao aparecimento da Lua durante o dia	40
Imagem 2	• A um tipo de instrumento de medida	24
Imagem 3	• A existência de crateras na Lua	48
Imagem 4	• A Regularidade do ciclo Lunar	48
Imagem 5	• A Fases da Lua	48
Imagem 6	• As Razões Trigonométricas e distância	40



## APÊNDICE 7: O QUE VOCÊ SABE SOBRE?



**Fonte:** Revista Nova Escola

1º) Qual fenômeno é representado pela imagem acima? Descreva o fenômeno que identificou de maneira mais minuciosa possível. Não precisa ter medo de errar, mas em sua resposta seja fiel a pergunta.

---



---



---



---



---

2º) Você sabe a diferença entre congruência e semelhança de triângulos? Aponte alguma distinção.

---



---

---

---

---

3°) Em algum momento da sua vida estudantil, você teve informações ou ouviu falar sobre Eratóstenes, Aristarco, Ptolomeu, assim como suas contribuições para a Ciência e, em particular, para Astronomia?

---

---

---

---

---

---

4°) Você tem conhecimento sobre trigonometria? Caso tenha, quais aspectos relevantes você poderia mencionar sobre o que aprendeu desse assunto?

---

---

---

---

---

---

---

5°) Ainda sobre sua vida estudantil. Descreva sobre o que sabe do movimento Terra-Lua-Sol? O movimento espontâneo desses astros tem interferência sobre a vida na Terra?

---

---

---

---

---

---

---

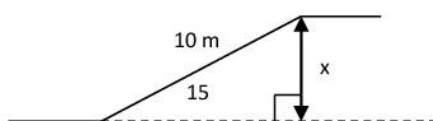
**Ajude-me  
a entender**

## APÊNDICE 8: LISTA DE EXERCÍCIOS DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICA

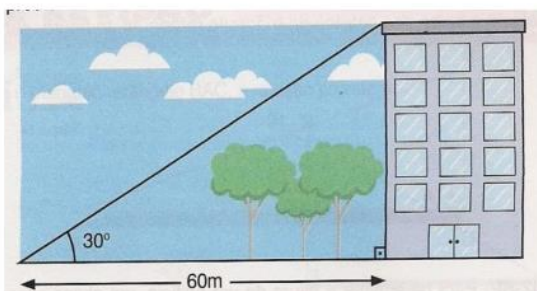
### Lista de Exercícios: Razões Trigonométricas

1º) Uma rampa lisa com 10 m de comprimento faz ângulo de  $15^\circ$  com o plano horizontal. Uma pessoa que sobe a rampa inteira eleva-se verticalmente a quantos metros?

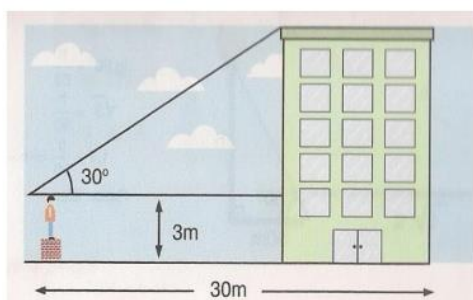
( use:  $\text{sen}.15^\circ = 0,26$  ,  $\text{cos } 15^\circ = 0,97$  )



2º) Determine a altura do prédio da figura seguinte:

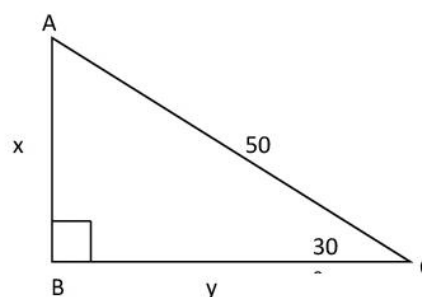


3º) Para determinar a altura de um edifício, um observador coloca-se a 30 m de distância e assim o observa segundo um ângulo de  $30^\circ$ , conforme mostra a figura. Calcule a altura do edifício medida a partir do solo horizontal. Dado  $\sqrt{3} = 1,73$



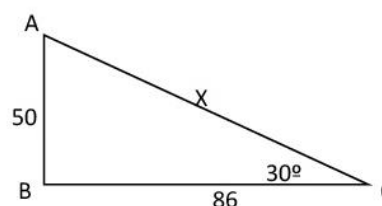
4º) As medidas dos catetos do triângulo retângulo abaixo são:

$\text{sen } 30^\circ = 0,50$ ,  $\text{cos } 30^\circ = 0,86$  e  $\text{tg } 30^\circ = 0,57$

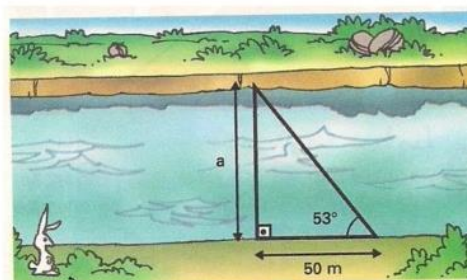


5º) A medida da Hipotenusa do triângulo retângulo abaixo é:

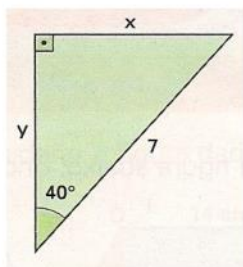
Use:  $\text{sen } 30^\circ = 0,5$      $\text{cos } 30^\circ = 0,86$



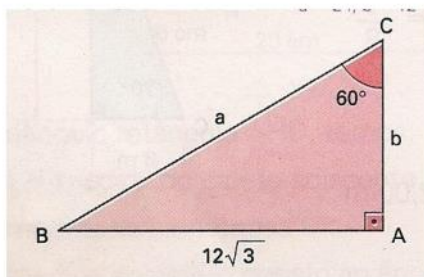
6º) Qual é a largura do rio representado pela figura abaixo? (Use:  $\text{sen } 53^\circ = 0,80$ ;  $\text{cos } 53^\circ = 0,60$ ;  $\text{tg } 53^\circ = 1,32$ .)



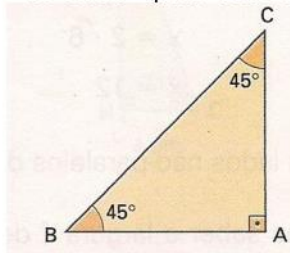
7°) Sabendo que  $\text{sen } 40^\circ = 0,64$ ;  $\text{cos } 40^\circ = 0,77$  e  $\text{tg } 40^\circ = 0,84$ , determine as medidas  $x$  e  $y$  indicadas no triângulo retângulo.



8°) Considerando o triângulo retângulo ABC, determine as medidas  $a$  e  $b$  indicadas.

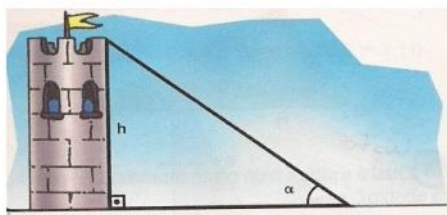


9°) Em um triângulo retângulo isósceles, cada cateto mede 30 cm. Determine a medida da hipotenusa desse triângulo.

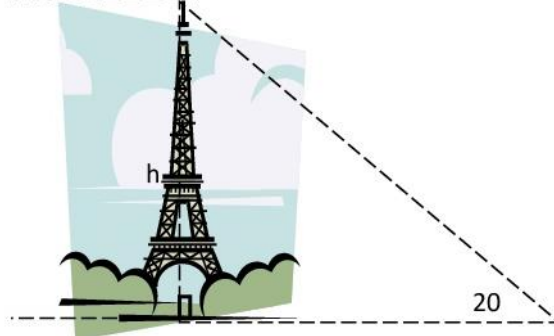


10°) A uma distância de 40 m, uma torre é vista sob um ângulo  $\alpha$ , como nos mostra a figura. Determine a altura  $h$  da torre se:

- a)  $\alpha = 20^\circ$
- b)  $\alpha = 40^\circ$

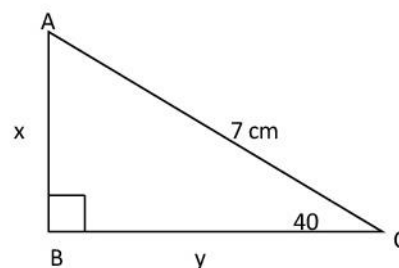


11°) A uma distância de 40 m, uma torre é vista sob um ângulo de  $20^\circ$ , como nos mostra a figura. Determine a altura  $h$  da torre. (  $\text{sen } 20^\circ = 0,34$ ,  $\text{cos } 20^\circ = 0,94$ ,  $\text{tg } 20^\circ = 0,36$  )



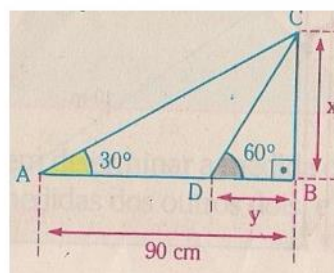
12°) No triângulo retângulo abaixo, determine o valor de  $x + y$ .

Use  $\text{Sen } 40^\circ = 0,64$   $\text{Cos } 40^\circ = 0,77$



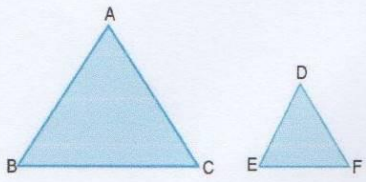
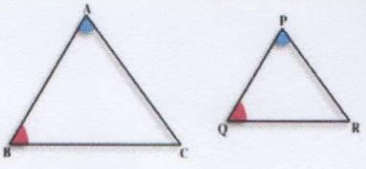
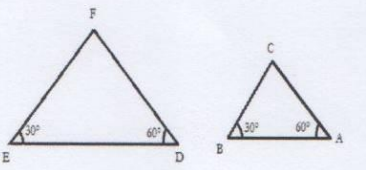
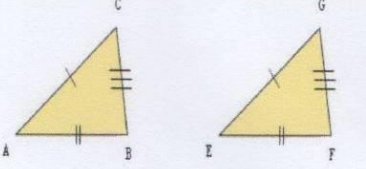
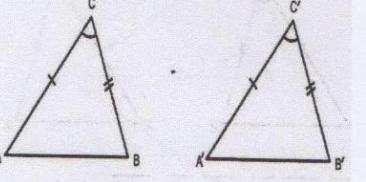
13°) Observando a figura abaixo, determine:

- a) a medida  $x$  indicada.
- b) a medida  $y$  indicada.
- c) a área do triângulo BCD, dada por  $\frac{xy}{2}$ .
- d) a medida do segmento  $\overline{AD}$ .





## APÊNDICE 9: ATIVIDADE SOBRE SEMELHANÇA X CONGRUÊNCIA

Pares de Triângulos Semelhantes	Qual critério de semelhança é abordado?
	
	
	
	
	

## **ANEXOS**

## ANEXO 1: ARTIGO ESCOLHIDO PARA ELABORAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

### A GEOMETRIA E AS DISTÂNCIAS ASTRONÔMICAS NA GRÉCIA ANTIGA

*Geraldo Ávila*  
 Depto de Matemática  
 Universidade de Brasília  
 70910 – Brasília – DF

Os tamanhos do Sol e da Lua e as distâncias desses astros à Terra já eram calculados na antiguidade, séculos antes de Cristo; mas poucas pessoas sabem como eram feitos esses cálculos. Eles se baseiam em ideias que são muito simples e geniais ao mesmo tempo e que estão intimamente ligadas a noções fundamentais de Geometria, como semelhança de triângulo e proporcionalidade, servindo, pois, como excelente motivação ao estudo dessa disciplina. Por isto mesmo essas questões devem ser divulgadas, já que elas ainda não aparecem nos livros de 1º e 2º graus.

#### Qual o mais distante: o Sol ou a Lua?

Para constatar que o Sol está mais distante da Terra que a Lua, basta observar atentamente as várias fases da Lua. Se ela estivesse mais longe de nós que o Sol, então, por simples análise de suas várias posições relativamente ao Sol e à Terra (a Figura 1 ilustra quatro dessas posições), concluimos que ela estaria sempre iluminada pelo Sol quando vista da Terra. Em particular, não haveria lua nova! E haveria duas posições da Lua, em 1 e em 3, onde ela seria lua cheia, esta última em pleno meio-dia, o que nunca acontece realmente. A hipótese contrária, de que o Sol está mais distante da Terra que a Lua, é a única compatível com as várias fases da Lua, em particular com a ocorrência de luas novas. Outro fato a corroborar esta hipótese é a ocorrência de eclipses do Sol, que só são possíveis com a Lua mais próxima da Terra que o Sol.

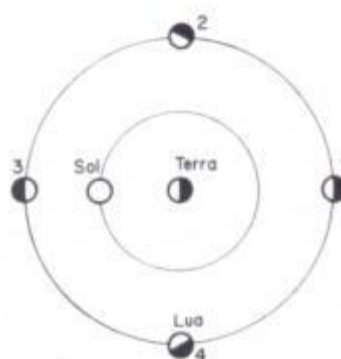


Figura 1

#### Quão mais distante? A ideia de Aristarco.

Para descobrir quão mais distante que a Lua se encontra o Sol, devemos aprofundar um pouco mais nossa observação do ciclo lunar. O que vamos descrever agora é o método que o sábio grego Aristarco de Samos (séc. III A.C.), da escola de Alexandria, usou para comparar as distâncias da Terra à Lua e da Terra ao Sol.



Existem duas posições da Lua em sua órbita, o “quarto crescente” e o “quarto minguante”, quando o disco lunar apresenta-se, para um observador terrestre, com metade iluminada e outra metade escura (Figura 2). Quando isso acontece, o triângulo Terra-Lua-Sol é retângulo, com ângulo reto no vértice ocupado pela Lua. Qualquer pessoa pode fazer uma observação simples e notar que nessa configuração o ângulo  $\alpha = \widehat{LTS}$  (Figura 3) é muito próximo de  $90^\circ$ , indício de que o Sol está efetivamente muito mais longe da Terra que a Lua. Esse fato é facilmente notado ao nascer e ao pôr do Sol, evidentemente com a Lua em quarto crescente ou quarto minguante (meia-lua), como ilustra a Figura 3. Aristarco teria medido esse ângulo  $\alpha$ , encontrando para ele o valor de  $87^\circ$ . Então, o ângulo  $\beta = \widehat{LST}$  seria de  $3^\circ$ . Basta agora construir um triângulo retângulo com esses ângulos e verificar o valor da razão  $TS/TL$ , que é a mesma para todos os triângulos a ele semelhantes. Aristarco verificou que essa razão estava compreendida entre 18 e 20, de sorte que a distância da Terra ao Sol cerca de vinte vezes a distância da Terra à Lua.

Voltemos a considerar o problema de medir o ângulo  $\alpha$  (Figura 2). Na verdade é mais fácil calcular esse ângulo do que medi-lo diretamente. Basta observar o tempo gasto pela Lua para completar uma volta em torno da Terra e o tempo de passagem de minguante a crescente; com estes dados uma proporção simples resolve o problema. O ciclo lunar dura 29,5 dias e, ao que tudo indica, Aristarco teria observado que a passagem de minguante a crescente durava 14,25 dias, um dia menos que a passagem de crescente a minguante. Admitindo uma velocidade uniforme da Lua em sua órbita, os ângulos descritos pelo seu raio vetor são proporcionais aos tempos gastos nos deslocamentos correspondentes. Então, com referência à Figura 2, podemos escrever

$$\frac{360^\circ}{29,5} = \frac{2\alpha}{14,25},$$

donde podemos  $\alpha = 86,57^\circ$ , portanto,  $\frac{TS}{TL} = \sec \alpha = \sec 86,95^\circ \cong 18,8$

logo  $TS = 18,8 TL$ .

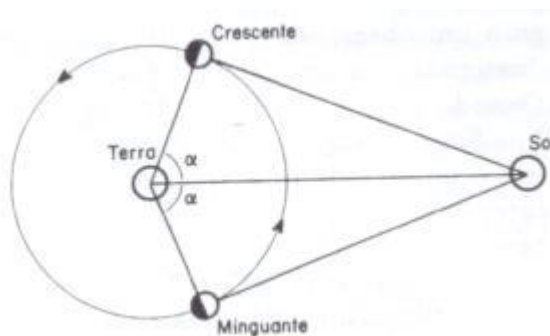


Figura 2

É preciso que se diga que o resultado de Aristarco está muito longe do valor correto, pois sabemos hoje que a distância da Terra ao Sol é a cerca de 400 vezes a distância da Terra à Lua. Em consequência, o ângulo  $\alpha$  está próximo a  $89,86^\circ$ , portanto muito perto de  $90^\circ$ ! Os raios solares que se dirigem à Terra à Lua são praticamente paralelos. Isto põe o problema de explicar como Aristarco teria chegado ao cálculo de  $\alpha$ . Ao que parece, a diferença que ele teria notado entre o tempo gasto pela Lua numa volta completa em torno da Terra e o tempo para ir de minguante a crescente se deve à peculiaridade do movimento da Lua naquela época, conforme G. Abell em seu livro ([1], p.21).

### Tamanhos do Sol e da Terra

Aristarco observou que o Sol e a Lua têm o mesmo “tamanho angular”. Em outras palavras, o ângulo  $2\alpha$  sob o qual um observador terrestre vê o Sol é o mesmo sob o qual ele vê a Lua (Figura 4). Esse fato, aliás, é comprovado pela observação de um eclipse total do Sol. De fato, quando ocorre tal eclipse, o disco lunar coincide com o disco solar, encobrindo-o por inteiro.

Aristarco estimou o ângulo  $2\alpha$  da Figura 4 como sendo  $2^\circ$ ; na verdade ele é de cerca de apenas  $0,5^\circ$ . Mas isto, como o leitor deve notar, não prejudica o resultado que obteremos a seguir, baseado na semelhança dos triângulos  $TLL'$  e  $TSS'$ . Esta semelhança nos permite escrever

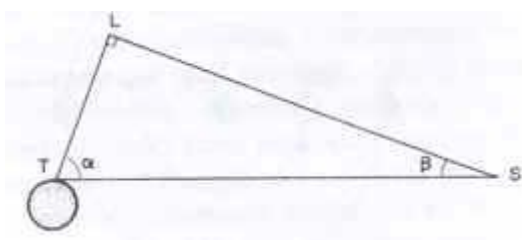


Figura 3

isto é, os raios do Sol e da Lua estão entre si como as distâncias TS e TL respectivamente. Mas, pelo que vimos anteriormente.

$$\frac{TS}{TL} \cong 20,$$

de sorte que  $SS' \cong 20 LL'$ , segundo Aristarco, ou seja, o raio do Sol, é aproximadamente a vinte vezes o raio da Lua.

Tendo em vista referências futuras, vamos resumir aqui resultados já obtidos. Sejam  $D_s = TS$  (Figura 4) a distância da terra ao Sol,  $D_L = TL$  a distância da Terra à Lua,  $R_s = SS'$  o raio do Sol e  $R_L = LL'$  o raio da Lua. Então:

$$\frac{R_s}{D_s} = \frac{R_L}{D_L} = a \cong \operatorname{tg} \alpha, \quad \frac{D_s}{D_L} = b,$$

onde, para Aristarco,  $\alpha \cong 1^\circ$  e  $b \cong 20$ , quando, na realidade,  $\alpha \cong 0.25^\circ$  e  $b = 400$ .

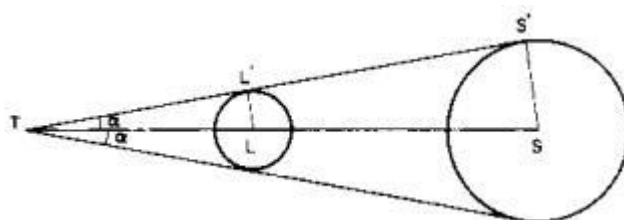


Figura 4.

### Relações com o raio da Terra

Para relacionar as distâncias e os tamanhos do Sol e da Lua a raio da Terra, Aristarco observou o que acontece durante um eclipse da Lua, quando este satélite atravessa o cone de sombra da terra

(Figura 5). Pelo tempo gasto nessa travessia, ele calculou que o diâmetro do cone de sombra da Terra, na altura da Lua, era  $8/3$  do diâmetro da Lua.

Na Figura 6. L, T, S são os centros da Lua, da Terra e do Sol, respectivamente;  $LH = R_L$ ,  $TC = R_T$  e  $SA = R_S$  são os respectivos raios;  $LD$  é o raio do cone de sombra da altura da Lua, de sorte que  $LD = 8R_L/3$ . Da semelhança dos triângulos DFC e CEA resulta:

$$\frac{CF}{DF} = \frac{AE}{CE}$$



Figura 5.

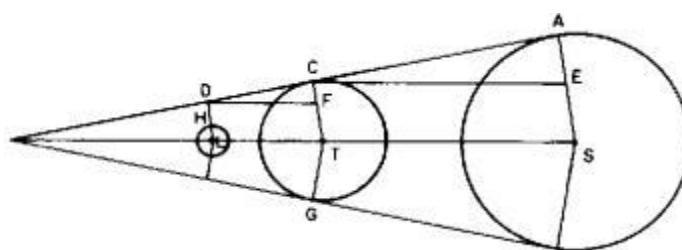


Figura 6.

Mas

$$CF = TC - TF = R_T - LD = R_T - 8R_L/3; DF = D_L;$$

$$AE = AS - SE = R_S - R_T; CE = D_S.$$

Substituindo estes valores na igualdade anterior,

$$\frac{R_T - \frac{8}{3}R_L}{D_L} = \frac{R_S - R_T}{D_S}$$

Da seção anterior temos que

$$D_S = bD_L, R_S = aD_S = abD_L, R_L = ad_L$$

de sorte que a igualdade anterior pode ser escrita na forma

$$\frac{R_T - \frac{8}{3}aD_L}{D_L} = \frac{abD_L - R_T}{bD_L}$$

Daqui segue-se que

$$\left(1 + \frac{1}{b}\right)R_T = \left(\frac{8}{3} + 1\right)aD_L.$$

ou ainda

$$D_L = \frac{3(b+1)R_T}{11ab}.$$

Então,

$$D_S = bD_L = \frac{3(b+1)R_T}{11a},$$

$$R_S = abD_L = \frac{3(b+1)R_T}{11},$$

$$\text{e } R_L = aD_L = \frac{3(b+1)R_T}{11b}.$$

Deste modo, substituindo  $a = \text{tg } 1^\circ \cong 0,017$  e  $b \cong 20$ , podemos obter as quatro grandezas,  $D_L$ ,  $D_S$ ,  $R_S$ , e  $R_L$ , em termos do raio da Terra  $R_T$ , com os dados de Aristarco:

$$D_L \cong 16,8R_T, \quad D_S \cong 337R_T,$$

$$R_S \cong 5,7R_T, \quad R_L \cong 0,29R_T.$$

Ao contrário, com os valores mais corretos  $a = \text{tg } 1/4^\circ \cong 0,0044$  e  $b = 400$ , encontramos valores bem próximos dos valores modernos:

$$D_L \cong 62R_T, \quad D_S \cong 24855R_T,$$

$$R_S \cong 109R_T \text{ e } R_L \cong 0,27R_T.$$

Os cálculos que vimos descrevendo encontram-se num livro de Aristarco, intitulado “Sobre os tamanhos e distâncias do Sol e da Lua”. Esta é a única obra de Aristarco que chegou até nós. Dela existe uma primorosa edição comentada, com uma história da Astronomia Grega até os tempos de Aristarco, devida ao eminente historiador da ciência Thomas Heath. [3] Mais acessível para o leitor menos experiente são: o cap. 10 de Boyer [2], o cap. 2 de Abell [1] E os dois primeiros capítulos de Polya [4].

### Eratóstenes e o raio da Terra

Pelo que vimos até agora, basta saber o raio da Terra para podermos calcular os tamanhos e as distâncias a que se encontram o Sol e a Lua.

Foi Eratóstenes (276-196 A.C.), outro sábio de Alexandria, quem fez o cálculo do raio da Terra mais célebre da antiguidade. Era sabido que quando o Sol se encontrava mais ao norte (solstício de inverno, para nós, habitantes do hemisfério Sul), os raios solares caíam verticalmente, ao meio dia, na localidade de Siene, hoje Assua, pois a imagem do Sol podia ser vista refletida nos poços mais fundos daquela cidade. Ao mesmo tempo, em Alexandria, os raios solares caíam inclinadamente, fazendo um ângulo aproximado de  $7,2^\circ$  com a vertical (Figura 7), ou seja,  $1/50$  da circunferência completa, que é de  $360^\circ$ . Como os raios solares são praticamente paralelos, isso significa que o ângulo central  $\widehat{ACS}$  também mede  $7,2^\circ$ . Pela proporcionalidade entre arcos e ângulos,

$$\frac{2\pi R}{\widehat{AS}} = \frac{360^\circ}{7,2^\circ}$$

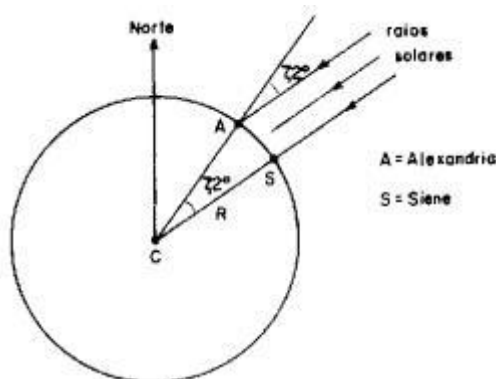


Figura 7

onde  $R$  é o raio da Terra. Como a distância  $\widehat{AS}$  de Alexandria a Siene era conhecida e igual a 45 000 estádios, podemos calcular a circunferência terrestre:

$$2\pi R = 45000 \times \frac{360}{7,2} \cong 250000 \text{ estádios} \cong 46300 \text{ Km.}$$

Até hoje não se sabe ao certo o valor do estádio usado por Eratóstenes. Segundo uma interpretação, esse estádio seria de aproximadamente 185 metros, o que dá para o raio da Terra o valor (note-se que  $2 \cong 6,28$ )

$$R \cong \frac{250000 \times 185}{6,28} \cong 7365 \text{ Km.}$$

O valor atual, no equador, é de 6378 km, mostrando que o resultado de Eratóstenes é bastante razoável.

### Ptolomeu e a distância da Terra à Lua

Cláudio Ptolomeu foi o último grande astrônomo da antiguidade. Sua famosa obra, o Almagesto, inclui, além de suas contribuições próprias, as de seus vários predecessores. Pelos muitos fatos citados nesse livro, dentre eles vários eclipses, infere-se que Ptolomeu teria vivido por volta do ano 150 de nossa era.

Ptolomeu propôs um método bastante engenhoso e simples para calcular a distância da Terra à Lua. Para isso imaginemos que um observador em  $A$  (Figura 8) veja a Lua na posição  $L$ , sobre a vertical de  $A$ . Depois de um certo tempo  $t$ , o observador passa da posição  $A$  à posição  $A'$ , devido ao movimento de rotação da Terra. Ao mesmo tempo a Lua passará à posição  $L'$ . Como os ângulos  $\widehat{ACA'}$  e  $\widehat{ACL'}$  são conhecidos (pois os movimentos da Terra e da Lua são conhecidos), também é conhecido o ângulo  $\gamma = \widehat{ACA'} - \widehat{ACL'}$ . O ângulo  $\alpha$  é medido diretamente, o que permite conhecer seu suplementar  $\beta$ . Assim, o triângulo  $CA'L'$  fica completamente determinado pelo lado  $CA' = R$  (raio da Terra) e os ângulos  $\beta$  e  $\gamma$ . Portanto, a distância  $CL'$  da Terra à Lua pode ser determinada em termos de  $R$ .

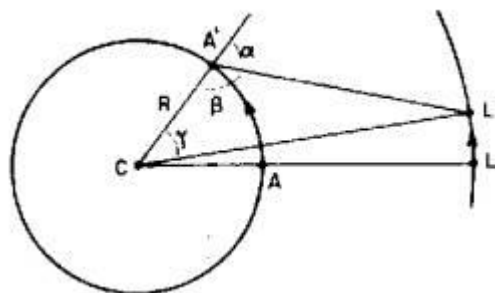


Figura 8

### Referências bibliográficas

- [1] G. O. Abell, *Exploration of the Universe*, Holt, Rinehart and Winston (1975).
- [2] C. B. Boyer, *História da Matemática*, Editora Edgard Blücher Ltda. (1974).
- [3] T. Heath, *Aristarcus of Samos*, Oxford University Press (1959).
- [4] G. Pólya, *Mathematical Methods in Science*, the Mathematical Association of America (1977).

*N. da R.* Somos frequentemente procurados por estudantes à busca de novas ideias para serem apresentadas nas Exposições de Ciências. Achamos que, com um pouco de imaginação e alguns cartazes ou maquetes, as perguntas e respostas deste artigo se constituem em material interessante para essas Exposições.

## ANEXO 2: SEMELHANÇA X CONGRUÊNCIA

### ◆ Semelhança de triângulos

Dois triângulos são semelhantes se, e somente se, possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos proporcionais. Dessa forma, basta verificar alguns elementos para saber se os dois triângulos são semelhantes.

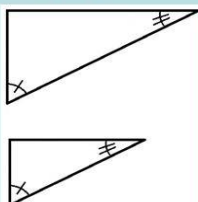
Assim teremos:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \text{constante}$$

#### Casos de semelhança:

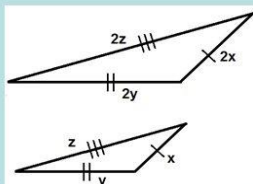
##### 1º caso: AA

Se dois ângulos de um triângulo são respectivamente congruentes a dois ângulos de outro, o terceiro ângulo também será.



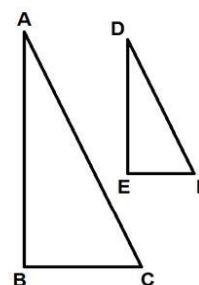
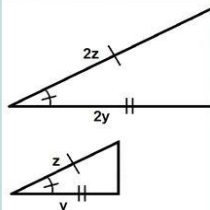
##### 2º caso: LLL

Dois triângulos são semelhantes se os lados de um são proporcionais aos lados do outro.



##### 3º caso: LAL

Dois triângulos são semelhantes se possuem um ângulo congruente compreendido entre lados proporcionais.



### ◆ Semelhança de triângulos

Dois triângulos são semelhantes se, e somente se, possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos proporcionais. Dessa forma, basta verificar alguns elementos para saber se os dois triângulos são semelhantes.

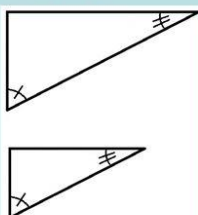
Assim teremos:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \text{constante}$$

#### Casos de semelhança:

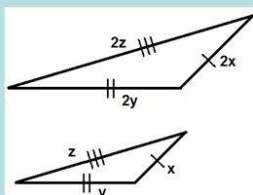
##### 1º caso: AA

Se dois ângulos de um triângulo são respectivamente congruentes a dois ângulos de outro, o terceiro ângulo também será.



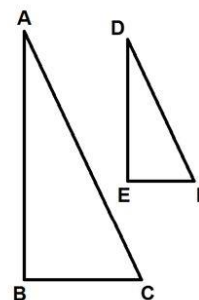
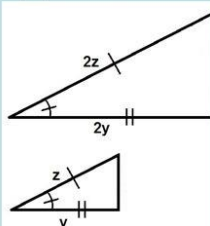
##### 2º caso: LLL

Dois triângulos são semelhantes se os lados de um são proporcionais aos lados do outro.



##### 3º caso: LAL

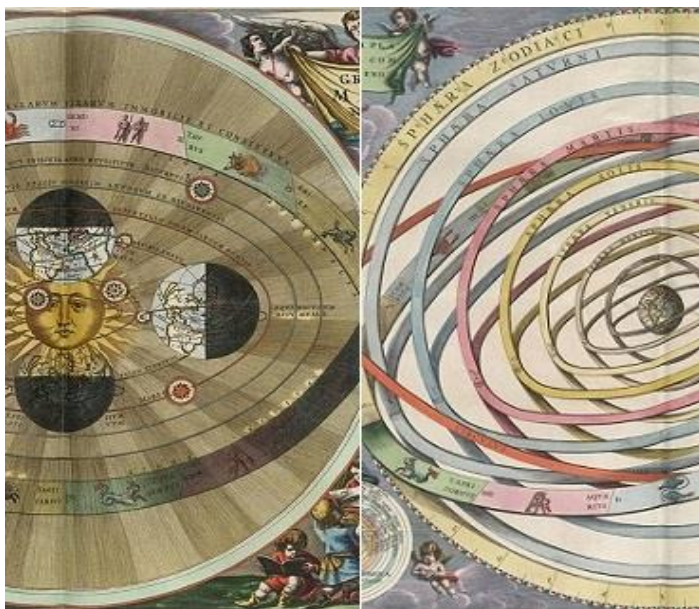
Dois triângulos são semelhantes se possuem um ângulo congruente compreendido entre lados proporcionais.



## ANEXO 3: TEXTO 1 PARA CONSTRUÇÃO DO MAPA CONCEITUAL

### HELIOCENTRISMO E GEOCENTRISMO

By Patrick Francisco | 29 de Novembro de 2015 | História da Astronomia



Um dos debates mais interessantes na História da Astronomia opôs duas visões distintas em relação à forma de organização do Universo: o Heliocentrismo e o Geocentrismo. Dois modelos cosmológicos opostos que geraram muita controvérsia.

Afinal do que se trata o **Heliocentrismo** e **Geocentrismo**? De forma resumida podemos dizer que o **Heliocentrismo** (ou **Teoria Heliocêntrica**) é o modelo que defende que o Sol está no centro do Sistema Solar (ou segundo outro ponto de vista, no centro do Universo). No lado oposto, o **Geocentrismo** (ou **Teoria Geocêntrica**) é o modelo que defende que a Terra está no centro do Sistema Solar (ou no centro do Universo).

O geocentrismo foi um modelo cosmológico aceito na antiguidade de forma quase unânime. Nessa época já o ser humano se interessava pelo céu e observava os movimentos do Sol, da Lua, dos planetas e das estrelas. Todos os objetos celestes pareciam mover-se ao redor de uma Terra imóvel. Intuitivamente, o ser humano assumia que a Terra era o centro do Universo. Isso não é de estranhar pois, por razões práticas, ainda nos dias atuais frequentemente falamos do movimento das estrelas no céu, apesar de sabermos que esse movimento aparente é provocado pela rotação da Terra.



Assim, na antiguidade, a Teoria Geocêntrica era aceite por quase todos. Um dos mais destacados defensores dessa visão do mundo foi o famoso filósofo grego **Aristóteles** (384 a.C. – 322 a.C.). Mais tarde, o astrónomo **Cláudio Ptolomeu** (cerca 90 d.C. – 168 d.C.) viria a dar a forma final ao modelo geocêntrico, que acabaria por servir de referência ao longo dos muitos séculos que se seguiram. Este sistema por vezes também é chamado de **Sistema Ptolomaico**.

Para Cláudio Ptolomeu a Terra estava no centro do Universo, e à sua volta orbitavam os corpos celestes em suas respectivas esferas. Com a Terra ao centro, Ptolomeu “colocou” os corpos celestes na seguinte ordem (do mais próximo ao mais distante): Lua (mais próximo da Terra), Mercúrio, Vénus, Sol, Marte, Júpiter, Saturno e por fim as estrelas. Este sistema geocêntrico foi defendido por Ptolomeu na sua grande obra chamada de **ALMAGESTO**.

Na antiguidade houve exceções a esta visão do mundo. O astrónomo **Aristarco de Samos** (310 a.C – 230 a.C.) defendeu a teoria que na realidade era a Terra que orbitava em volta do Sol, e não o contrário. Tal ideia foi praticamente esquecida por cerca de 1800 anos, salvo poucas exceções, tendo sido seriamente retomada apenas no séc. XVI pelo astrónomo polaco **Nicolau Copérnico**.

Nicolau Copérnico (1473 – 1543) viria a dar um grande contributo em defesa do sistema heliocêntrico. Em 1543, logo após a morte de Copérnico, foi publicado o seu livro “**De revolutionibus orbium coelestium**” (em português, “**Das revoluções das esferas celestes**”). Este livro foi um marco na História da Astronomia. Nele está a defesa de um modelo cosmológico em que o Sol tem uma posição central. Porém, algumas décadas antes, já Copérnico tinha escrito a sua obra de nome “**Commentariolus**”, onde já apresentava a sua ideia sobre o Heliocentrismo.

Para Copérnico o Sol tinha uma posição central. À volta do Sol circulam os planetas na seguinte ordem (do mais próximo ao mais afastado): Mercúrio, Vénus, Terra e a Lua, Marte, Júpiter, Saturno, e depois situavam-se as estrelas fixas. A Terra assim possuía um movimento de translação e um movimento de rotação, para além disso, Copérnico também defendeu que o eixo da Terra tinha uma inclinação. No sistema de Copérnico, as estrelas fixas estavam muito mais distantes da Terra que o Sol.

Apesar da teoria apresentada por Nicolau Copérnico ter alguns erros, sem dúvida que foi fundamental para o surgimento da Astronomia Moderna. Outros astrónomos que se seguiram aperfeiçoaram o Modelo Heliocêntrico de Copérnico, como foi o caso do astrónomo **Johannes Kepler** e também de **Galileu Galilei**.

Johannes Kepler (1571 – 1630) defendendo a Teoria Heliocêntrica apresentou 3 leis do movimento planetário chamadas de Leis de Kepler:

- **1ª Lei:** Todos os planetas se movem em orbitas elípticas tendo o Sol como um dos focos.
- **2ª Lei:** Uma linha unindo um planeta ao Sol varre áreas iguais em períodos de tempo iguais.
- **3ª Lei:** O quadrado do período de qualquer planeta em torno do Sol é proporcional ao cubo da distância média entre o planeta e o Sol.

Galileu Galilei (1564 – 1642) viria a dar um grande contributo na defesa do Heliocentrismo. Galileu realizou importantes observações astronômicas por meio do então recém-inventado telescópio. Apesar da qualidade dos telescópios utilizados por este astrónomo ter sido bastante limitada, as descobertas feitas por intermédio deste instrumento óptico foram excepcionais para a época. Algumas dessas descobertas reforçaram a validade da Teoria Heliocêntrica, como é o caso da constatação do facto de Vénus apresentar fases semelhantes às da Lua, situação essa que poderia ser explicada se o Sistema Heliocêntrico estivesse correto.

O Heliocentrismo encontrou muita resistência até ser aceite pela comunidade científica. Isso não é de estranhar pois o Geocentrismo dominou o pensamento filosófico e científico durante muitos séculos. Alguns astrónomos tiveram problemas com a Igreja Católica, como foi o caso de Galileu Galilei. Porém Galileu sempre se apresentou como cristão, defendendo a veracidade das Sagradas Escrituras. Galileu respeitava e aceitava a Bíblia como verdadeira, Galileu apenas estava em desacordo quanto à interpretação da Bíblia que a Igreja Católica fazia naquela época. Para a Igreja daquela época, o Heliocentrismo estava em desacordo com a Bíblia. Galileu, que acreditava na Bíblia, não estava de acordo com essa interpretação da Igreja. Mais tarde, a própria Igreja Católica acabaria por aceitar o Heliocentrismo.

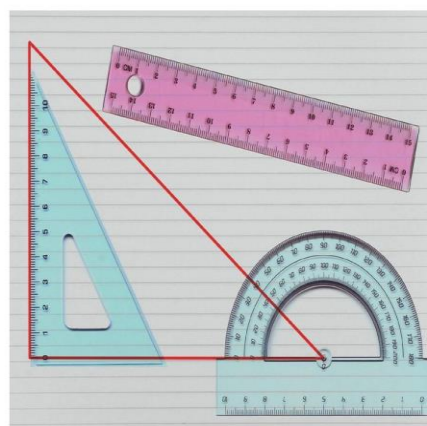
Heliocentrismo e Geocentrismo, dois modelos do Sistema Solar opostos entre si. Do confronto entre estas duas visões, o Heliocentrismo acabaria por levar a melhor.

**FONTE:** <http://www.siteastronomia.com/heliocentrismo-e-geocentrismo>, visitado em 18/04/2017.

## ANEXO 4: TEXTO USADO PELO PROFESSOR PARA AULA SOBRE INTRODUÇÃO DO ARTIGO ESCOLHIDO

### VOCÊ CONHECE O HIPARCO?

18 Abril 2016/Ciência no cotidiano

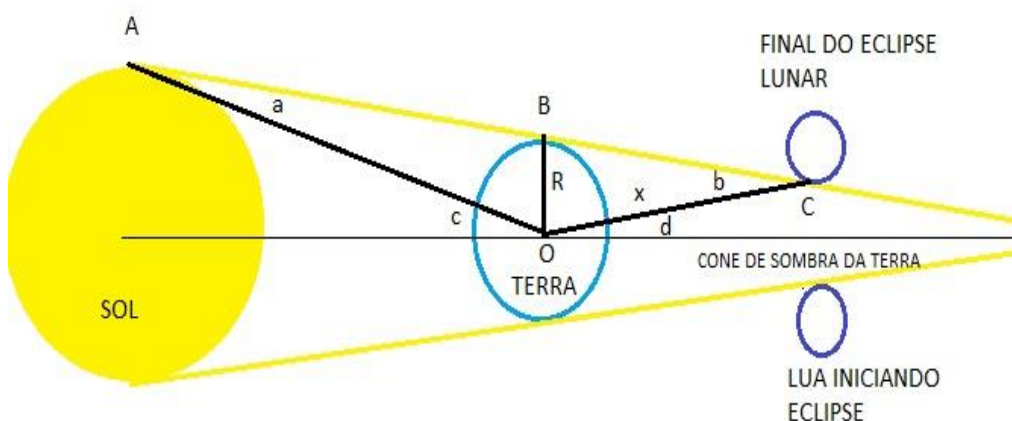


Aí cara, você sabe o que significa Trigonometria? É o estudo das relações entre os lados e os ângulos de um triângulo, veja: tri – três; gono – ângulo e metrien – medida. Atualmente, o grego Hiparco, nascido em 190 a. C., é considerado o pai da Trigonometria, não só por ter dado o ponta pé inicial nos estudos trigonométricos, mas por tudo que fez até falecer em 120 a. C.

Vamos ver um pouco do que deixou como herança para nós? Ele foi um grande construtor de máquinas e matemático da famosa escola de Alexandria, onde viveram gênios como Euclides, Apolônio, Eratóstenes e Arquimedes. Além disso, contribuiu para o estudo da Mecânica e é considerado o fundador da Astronomia, tendo sido o primeiro a construir uma tabela trigonométrica, utilizando a divisão do círculo em 360 partes (os graus), e cada grau em sessenta minutos com sessenta segundos cada. A sacação do cara não era mole, melhorando cálculos dos babilônicos, Hiparco determinou a duração do dia e do ano. Esta última com uma margem de erro de apenas seis minutos e trinta segundos. Sensacional! Sua genialidade o levou a descoberta da precessão dos equinócios, que de forma

simplificada é um movimento do eixo de rotação da Terra que se repete a cada 26 000 anos. É pouco? Então, vamos avançar mais!

E aí, vamos ver a sacação de Hiparco para medir a distância da Terra à Lua, com a ajuda da Trigonometria? Só que, antes vamos ver mais um pouco da evolução desse assunto que hoje é base para quase todas as ciências. Já vimos que nosso herói previu os eclipses da Lua para os seiscentos anos seguintes, só isto seria o suficiente para levá-lo ao Top 10 dos grandes homens, mais ainda é pouco, pois ele fundou o observatório astronômico em Rodes, cidade da antiga Grécia. Descobriu as formas das constelações e ainda mostrou que havia mudanças nas posições das estrelas, antes consideradas fixas. Para medir a distância da Terra à Lua, observe a figura a seguir. Nela, Hiparco fez uma consideração, errada, mas que para a época, pouco modificou o resultado que se tem hoje, com instrumentos de alta precisão



Os triângulos ABO e BOC são retângulos em B. X é distância procurada por nosso herói, distância da Terra à Lua.

O tempo que a Lua demora em seu eclipse vamos chamá-lo de  $T'$ , que corresponde ao ângulo  $2d$ , logo,  $2d = T'$ . Como à época, já se sabia o tempo que a Lua demorava para completar uma volta  $360^\circ$  em torno da Terra, bastava medir a duração do eclipse,  $e$ , por regra de três calcular  $d$ .

Observe que  $a + b = c + d$ , mesmo à época, Hiparco percebeu que o ângulo  $a$  era tão pequeno que poderia ser desprezível se com parado aos outros ângulos, e, escreveu,  $b = c + d$ , pela Trigonometria aplicada à época, observe que:  $\text{sen } b = R/x$ . Logo,  $x$ , a distância procurada era igual a  $R / \text{sen } b$ , Hiparco encontrou um valor entre 62 e 74 vezes  $R$ , o raio da Terra.

O valor que hoje se considera é entre 57 e 64 vezes o raio  $R$  da Terra, pois a Lua não tem uma órbita circular em torno da Terra. Vamos finalizar... O conceito de seno foi o primeiro a surgir, Hiparco tinha plenamente sua noção, já o cosseno surge 1200 anos depois. Veja como ter uma ideia revolucionária era realmente ter dedicação, e, se interessar por algo que não sabíamos aonde ia nos levar. Hiparco foi ou não foi o cara?! Valeu, meu! Tipo, fui!

**Fonte:** <http://galeracult.com.br/natureza/ciencia-no-cotidiano/voce-conhece-o-hiparco>, visitado em 20/04/2017.